

Проявляет степень окисления +3. Э.—компонент магн. сплавов, входит в состав нек-рых ферритов, спец. стёкол. В качестве радиоакт. индикатора наиб. удобен  $\beta$ -радиоактивный  $^{169}\text{Er}$  ( $T_{1/2} = 9,3$  сут.). С. С. Бердоносов.

**ЭРГ** (эрг, erg, от греч. *érgon* — работа) — единица работы и энергии в СГС системе единиц. 1 эрг равен работе, совершаемой при перемещении точки приложения силы, равной 1 дин, на расстояние 1 см в направлении действия силы. 1 эрг =  $10^{-7}$  Дж =  $1,02 \cdot 10^{-8}$  кгс · м =  $2,39 \cdot 10^{-8}$  кал =  $= 2,78 \cdot 10^{-14}$  кВт · ч.

**ЭРГОДИЧЕСКАЯ ГИПОТЕЗА** в статистической физике — предположение, что средние по времени значения физ. величин, характеризующих систему, равны их средним статистическим. Предложена Л. Больцманом в 1887 для обоснования статистической физики.

В классич. статистич. физике равновесных систем Э. г. основана на предположении, что средние по времени от фазовых переменных ( $\phi$ -ций), зависящих от координат  $q$  и импульсов  $p$  всех частиц замкнутой и энергетически изолированной системы, взятые вдоль траектории движения системы в фазовом пространстве, равны средним статистическим по равномерному распределению фазовых точек в тонком (в пределе — бесконечно тонком) слое вблизи поверхности постоянной энергии. В квантовой статистич. физике Э. г. есть предположение, что все энергетич. состояния в тонком слое вблизи поверхности постоянной энергии равновероятны. Э. г. эквивалентна, т. о., предположению, что замкнутая система (как классическая, так и квантовая) может быть описана микроканоническим распределением Гиббса. Напр., для классических замкнутых систем из  $N$  частиц с Гамильтоном функцией  $H_N(p, q)$  в объёме  $V$  почти всегда существуют средние по времени от функций фазовых переменных  $F(p(t), q(t))$

$$\tilde{F} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T F(p(t), q(t)) dt,$$

где эволюция  $p(t), q(t)$  во времени определяется из решения ур-ний Гамильтона. Согласно Э. г.,

$$\tilde{F} = \langle F \rangle_{\text{м. к.}} = \int F(p, q) f_{\text{м. к.}}(p, q) d\Gamma_N,$$

где  $d\Gamma_N = dp dq / N! h^{3N}$  — элемент фазового объёма в безразмерных переменных;  $f_{\text{м. к.}}(p, q)$  — микроканонич. распределение, имеющее вид

$$f_{\text{м. к.}}(p, q) = \begin{cases} W(\mathcal{E}, N, V) & \text{при } \mathcal{E} \leq H_N(p, q) \leq \mathcal{E} + \Delta\mathcal{E}, \\ 0 & \text{вне этого слоя} \end{cases}$$

(интегрирование проводится по всем «микроскопическим» состояниям системы, энергия к-рых лежит в слое энергии шириной  $\Delta\mathcal{E}$ );  $W(\mathcal{E}, N, V) = \int d\Gamma_N$  — статистический вес, связанный с энтропией  $S$  соотношением  $S = k \ln W$ .

Делались попытки обоснования Э. г. с помощью исследования свойств фазовых траекторий замкнутых изолированных механич. систем из большого числа частиц. Были доказаны эргодические теоремы (см. Эргодическая теория), к-рые сводили Э. г. к предположению о специфич. свойстве фазового пространства (его метрической неразложимости). Однако для обоснования статистич. физики эти теоремы не являются необходимыми. т. к. фазовые траектории чрезвычайно чувствительны к малым возмущениям (см. Размешивание). В частности, они очень чувствительны к малейшему нарушению изоляции или замкнутости системы. Аналогичным свойством чувствительности квантовых состояний к малым возмущениям обладают и квантовые системы.

Л. Н. Зубарев.

## ЭРГОДИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

### Содержание:

Введение	625
Проблема инвариантной меры	626
Классические эргодические теоремы и проблема эргодичности	626

Мультипликативная эргодическая теорема и характеристические показатели	627
Э. т. и теория вероятностей	628
Стохастичность динамических систем	628
Спектр динамической системы	629
Энтропийная теория динамических систем	630
Символическая динамика	631
Гиперболические системы	631
Динамические системы биллиардного типа	633
Одномерные динамические системы	634
Случайные динамические системы	634
Э. т. и классическая статистическая физика	635
Некоммутативная Э. т.	636

### Введение

Э. т. (метрическая теория динамических систем) — раздел теории динамических систем, изучающий их статистич. свойства. Возникновение Э. т. (1-я треть 20 в.) было стимулировано попытками доказать эргодическую гипотезу (термин введен П. и Т. Эренфестами, Р. и Т. Ehrenfest), предложенную в кон. 19 в. Л. Больцманом для обоснования статистич. физики.

В Э. т. осн. объект исследования — динамич. система (ДС), понимаемая как группа (или полугруппа) преобразований нек-рого пространства с мерой, сохраняющих эту меру. В применении к консервативным ДС, описываемым дифференц. ур-ниями, речь идет о семействе сдвигов вдоль фазовых траекторий, а роль сохраняющейся (инвариантной) меры играет фазовый объём. В общем случае пространство с мерой — это тройка  $(X, \mathcal{A}, \mu)$ , в к-рой  $X$  — произвольное множество с выделенным семейством  $\mathcal{A}$  его подмножеств (σ-алгеброй измеримых подмножеств), содержащим само  $X$  в качестве одного из элементов и замкнутым относительно теоретико-множественных операций (объединения и пересечения конечного или счётного числа множеств и перехода от любого множества к его дополнению). Мера  $\mu$  — это неотрицательная ф-ция, заданная на  $\mathcal{A}$  и обладающая свойством счётной аддитивности: если  $A_1, A_2, \dots$  — множества из  $\mathcal{A}$ , к-рые попарно не пересекаются, то мера их объединения равна сумме мер. Если  $\mu(X) < \infty$ , то  $\mu$  можно нормировать, поделив на  $\mu(X)$ , и считать  $(X, \mathcal{A}, \mu)$  вероятностным пространством (см. Вероятностная теория). Для ДС, отвечающей гамильтоновой системе дифференциальных ур-ний, в качестве  $X$  можно взять любую гиперповерхность постоянной энергии, а в качестве  $\mu$  — меру, индуцированную на этой гиперповерхности фазовым объёмом. Всюду в дальнейшем предполагается, что рассматриваемые ДС определены на вероятностном пространстве.

В большинстве случаев преобразования, входящие в ДС, образуют однопараметрич. группу  $\{T^t\}$ . Параметр  $t$ , интерпретируемый как время, обычно принимает любые действительные или любые целые значения. В первом случае говорят о ДС с непрерывным временем (потоке), во втором — о ДС с дискретным временем (каскаде). Иногда  $t$  принимает лишь неотрицат. значения и  $\{T^t\}$  является не группой, а полугруппой преобразований. (В этом случае иногда употребляют термины «*полупоток*» и «*полукаскад*».) Групповое свойство системы  $\{T^t\}$  выражается тождеством  $T^t T^s x = T^{t+s} x$ , справедливым для любого  $x \in X$  и любых двух значений параметра. Вследствие группового свойства каскад  $\{T^t\}$  полностью определяется преобразованием  $T = T^1$  и часто отождествляется с ним. Инвариантность меры  $\mu$  означает, что для любого множества  $A \in \mathcal{A}$  и любого  $t \geq 0$  выполняется равенство  $\mu(T^{-t} A) = \mu(A)$ , где  $T^{-t} A = (T^t)^{-1} A = \{x \in X : T^t x \in A\}$  — полный образ множества  $A$  при отображении  $T^t$ .

Следует отметить, что нек-рые ситуации, изучаемые в Э. т., не охватываются изложенной схемой. Это, в частности, относится к «некоммутативной эргодич. теории», связанной с квантовой физикой (см. ниже), и к тем задачам, в к-рых инвариантная мера не задана с самого начала, а может принадлежать нек-рому классу мер или выбирается из этого класса на основе тех или иных общих принципов. Кроме того, начиная с 70-х гг. в Э. т. постоянно