теории дифференц. ур-ний для траекторий в μ-пространстве [т. н. уравнений Каллана — Симанзика (C. G. Callan, K. Symanzik, 1970)], причём результаты удобно изображать с помощью «линий тока», указывающих направление движения разл. точек μ-пространства под действием преобразований R_s.

Неподвижные точки, траектории и Э.-р. для модели Гинзбурга — Ландау. Наиб. простой, но практически важный случай применения метода РГ — модель Гинзбурга — Ландау, соответствующая случаю трёхмерного параметрич. пространства $\mu=(r_0,\ u,\ c)$. При условии фиксированного значения c преобразование R_s реализуется в нём посредством системы двух обыкновенных дифференц. ур-ний в двухпараметрич. плоскости $(r_0,\ u)$ в области малых значений r_0, u и $\varepsilon=4-d$:

$$\frac{dr_0}{dl}=2r_0+pu(1-r_0),\quad \frac{du}{dl}=\varepsilon u-qu^2, \qquad (6)$$

где $l\equiv\ln s$, $p=16(n+2)$, $q=16(n+8)$. Неподвижные точки системы (6) могут быть найдены из условия $dr_0/dl==du/dl=0$, а соответствующие пары критич. показателей $(y_1,\ y_2)$ — с помощью линеаризации этой системы вблизи неподвижных точек. Тривиальная, или гауссова, неподвижная точка μ^*_G характеризуется значениями $r^*_0=u^*=0$ и показателями $y_1=2$, $y_2=\varepsilon$; очевидно, μ^*_G устойчива при $d>4$ $(y_2<0)$ и неустойчива при $d<4$ $(y_2>0)$ (рис. 2), причём при $d>4$ роль критич. поверхности выполняет прямая, направленная вдоль орта e_2, а при $d<4$ у μ^*_G вообще отсутствует критич. поверхность. В случае $d<4$ $(\varepsilon>0)$ устойчивой становится другая неподвижная точка — т. н. нетривиальная $\tilde{\mu}^*$, характеризуемая значениями $\tilde{r}^*_0=-(p/2q)\varepsilon<0$ и $\tilde{u}^*=\varepsilon/q$ и критич. показателями $y_1=2-(p/q)\varepsilon$, $y_2=-\varepsilon<0$ (рис. 3); очевидно, что при $d>4$ $(\varepsilon<0)$ неподвижная точка $\tilde{\mu}^*$, хотя формально и существует, но соответствует значению $u<0$ и потому не имеет физ. смысла.

В граничном случае $d=4$ обе неподвижные точки μ^*_G и $\tilde{\mu}^*$ сливаются в одну, двукратно вырожденную, причём степенные особенности корреляц. ф-ций сменяются при этом на логарифмические. Физ. смысл смены характера устойчивости точек μ^*_G и $\tilde{\mu}^*$ при переходе через значение $d=4$ состоит в том, что при $d>4$ спиновые флуктуации слабо взаимодействуют друг с другом и критич. поведение описывается гауссовым приближением (эквивалентным *среднего поля приближению*), в к-ром осн. роль играет градиентное слагаемое с $c\neq 0$, соответствующее сильному взаимодействию соседних спиновых блоков. Однако при $d<4$ влияние этих флуктуаций становится существенным и величиной u, в принципе, нельзя пренебрегать, однако учитывать вклад соответствующего слагаемого в критич. свойства возможно лишь приближённо.

Построение Э.-р. для критич. показателей вблизи нетривиальной неподвижной точки $\tilde{\mu}^*$ при $d<4$ [К. Вильсон, М. Фишер (K. G. Wilson, M. E. Fisher); 1972] в виде степенного ряда по ε становится возможным благодаря тому, что $u^*=O(\varepsilon)$, и для вычисления свободной энергии и корреляционных ф-ций может быть использована *термодинамическая теория возмущений*, в к-рой в качестве гамильтониана возмущения рассматривается входящее в правую часть (3) или (4) слагаемое, пропорциональное u и содержащее σ^4.

При построении Э.-р. с помощью формально расходящихся рядов теории возмущений используется хорошо разработанный аналог метода *Фейнмана диаграмм* для спиновых операторов. Так, напр., согласно ур-нию Дайсона, корреляц. ф-ция $G(\boldsymbol{k})=\langle\sigma(\boldsymbol{k})\sigma(-\boldsymbol{k})\rangle$ имеет вид $G^{-1}(\boldsymbol{k})=G_0^{-1}(\boldsymbol{k})+\Sigma(\boldsymbol{k})$, где $G_0(\boldsymbol{k})$ — «свободная» корреляц. ф-ция в отсутствие взаимодействия $(u\equiv 0)$; в критич. точке $\tau=0$, $G_0^{-1}(\boldsymbol{k})\sim k^2$, а массовый оператор $\Sigma(\boldsymbol{k})$ в низших порядках по взаимодействию может быть разложен по степеням $\ln k$. С др. стороны, согласно результатам анализа по методу РГ, вблизи критич. точки $G(k)\sim k^{-2+\eta}(1+O(k^{-y_2}))$, и для нахождения $\eta=O(\varepsilon^2)$ возникает задача отделения «существенных» слагаемых, содержащих η в разложении $G(k)$ по степеням $\ln k$ при $k\to 0$,

$$k^{\eta}=e^{\eta\ln k}=1+\eta\ln k+\frac{\eta^2}{2!}(\ln k)^2+\ldots \qquad (7)$$

от «несущественных», возникающих благодаря наличию несуществ. переменной t_2 с малым показателем $y_2=O(\varepsilon)$; для этого необходимо подобрать спец. вид ф-ции $u(\varepsilon)$ (обычно такой, чтобы обратить t_2 в нуль). Очевидно, от выбора $u(\varepsilon)$, равно как и от величины и способа введения параметра обрезания Λ, согласно гипотезе универсальности, не должен зависеть окончательный результат; описанная процедура наз. исключением медленного переходного процесса или расширением критич. области (Вильсон, 1971).

Родственными Э.-р. в квантовой статистич. физике являются также разложения на малых расстояниях и на световом конусе для произведений локальных токов в КТП. Напр., произведения двух локальных токов $J(x+\lambda)$ и $J(x-\lambda)$ при малых пространственно-временных векторах λ ведут себя след. образом:

$$J(x+\lambda)J(x-\lambda)=\sum_i K_i(\lambda)\tilde{J}_i(x)+Q(\lambda,\ x).$$

Здесь $K_i(\lambda)$ — сингулярные c-числовые коэффициенты; $J'_i(x)$ — нек-рые новые локальные токи, а член $Q(\lambda,\ x)$ несингулярен в точке $\lambda=0$. Такого рода разложения позволяют исследовать асимптотику коэффициентов $K_i(\lambda)$ при $\lambda\to 0$ методами РГ. В частности, именно таким образом строится описание глубоко-неупругого рассеяния в квантовой хромодинамике (Вильсон, 1969).

Метод РГ для критич. явлений, в том числе Э.-р., до настоящего времени не имеет вполне надёжного матем. обоснования, а также к.-л. однозначной реализации. Существует ряд подходов, основанных на использовании теории возмущений, рекуррентных ф-л, дифференц. ур-ний и т. п., каждый из к-рых обладает своими преимуществами и недостатками. Однако в целом метод РГ наиб. предпочтителен для анализа критич. явлений, т. к. в отличие от прямых методов вычисления статистич. суммы и корреляц. ф-ций преобразования РГ действуют в пространстве несингулярных величин и предоставляют широкие возможности для построения аппроксимаций, в т. ч. прямых численных расчётов с использованием ЭВМ.

Лит.: Вильсон К., Когут Дж., Ренормализационная группа и ε-разложение, пер. с англ., М., 1975; Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Статистическая физика, ч. 1, 3 изд., М., 1976, § 147; Паташинский А. З., Покровский В. Л., Флуктуационная теория фазовых переходов, 2 изд., М., 1982; Pfeuty P., Toulouse G., in: Introduction to the renormalization group and to the critical phenomena, L.— N. Y., 1977; Ма Ш., Современная теория критических явлений, пер. с англ., М., 1980; Изюмов Ю. А., Скрябин Ю. Н., Статистическая механика магнитоупорядоченных систем, М., 1987.

Ю. Г. Рудой.

ЭРБИЙ (лат. Erbium), Er,— хим. элемент III группы периодич. системы элементов, ат. номер 68, ат. масса 167,26; относится к *лантаноидам*. В природе представлен 6 стабильными изотопами: ^{162}Er (0,14%), ^{164}Er (1,61%), ^{166}Er (33,6%), ^{167}Er (22,95%), ^{168}Er (26,8%), ^{170}Er (14,9%). Электронная конфигурация внешних оболочек $4s^2p^6d^{10}f^{12}5s^2p^66s^2$. Энергии последоват. ионизаций 6,10; 11,93; 22,7; 42,7 эВ. Радиус атома Er 175 пм, иона Er^{3+} 85 пм. Значение электроотрицательности 1,3. Работа выхода электрона 3,12 эВ.

Серебристый металл с гексагональной плотнейшей упаковкой кристаллич. структуры, параметры решётки $a=356$ пм, $c=559{,}5$ пм. $t_{пл}=1522$ °С, $t_{кип}=2857$ °С (по др. данным, 2510 °С), плотн. 9,04 кг/дм^3, уд. теплоёмкость $c_p==28{,}08$ Дж/(моль·К), уд. теплота плавления 19,90 кДж/моль. Характеристич. темп-ра Дебая $\theta_D=163$ К. Ферромагнетик, магн. восприимчивость $\chi=263\cdot 10^{-9}$ (при комнатной темп-ре), точка Кюри 19,6 К. Уд. электрич. сопротивление 0,85 мкОм·м (при 20 °С), температурный коэф. линейного расширения ок. $12\cdot 10^{-6}$ К$^{-1}$. Пластичен, при комнатной темп-ре возможны обжатия более чем на 20%. Тв. по Бринеллю Э. чистотой 98,2% — 382,9 МПа, чистотой 99,6% — 490,5 МПа. Модуль продольной упругости 73,4 ГПа (при 20 °С), модуль сдвига 29,6 ГПа (при 20 °С).