понент вектора квазиспина), в пределе $n \to \infty$ эквивалентное т. н. сферической модели (квазинепрерывному аналогу *Изинга модели*).

**Корреляционная длина и параметр обрезания.** В основе построения преобразований РГ для описания *критических явлений* лежит общая физ. идея существенного сокращения эфф. числа степеней свободы макроскопич. физ. системы (аналогично тому, как это имеет место в термо- или гидродинамике при переходе от микроскопич. к макроскопич. описанию). Условиями такого сокращения являются наличие в системе взаимодействий только с коротким радиусом, а также резкое возрастание корреляционной длины $\xi$ (или, что то же, радиуса корреляции $r_0$) вблизи критич. точки $T_c$; величина $\xi$ характеризует мин. размер области, в к-рой свойства вещества в достаточной степени передают свойства макроскопич. образца. При больших значениях $\xi$ весьма правдоподобной выглядит гипотеза подобия (см. ниже), приводящая к явлению универсальности, т. е. независимости физ. свойств системы от деталей строения гамильтониана (в т. ч. от значений входящих в него констант связи разл. взаимодействий). Существенными оказываются лишь значения размерностей $n$ и $d$, где $n$ характеризует симметрию *параметра порядка* (т. е. число компонент вектора спина или квазиспина; см. *Спиновый гамильтониан*), а $d$ — число измерений пространства дискретной решётки; соответственно все квазиспиновые модели подразделяются на классы эквивалентности $(n, d)$ (рис. 1).

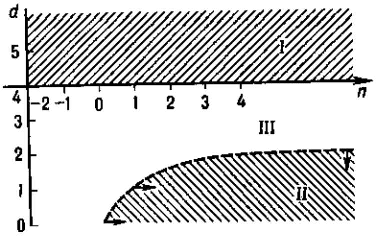


Рис. 1. Основные области I, II, III на $(n, d)$-плоскости ($n$ — число компонент спина; $d$ — размерность решётки); I — «классическая» область ($d \geqslant 4$) со значениями критических показателей в *среднего поля приближении*; II — область, где фазовый переход отсутствует ($T_c \equiv 0$); III — промежуточная область с соответствующими значениями критических показателей. Граница между областями II и III проходит через точки (0, 0), (1, 1) и $(\infty, 2)$.

Уменьшение числа степеней свободы (в единице объёма) при описании критич. явлений проводится обычно посредством перехода от микроскопич. узельных, или «ячеечных», спинов к макроскопич. квазинепрерывным «блочным» спинам, определяемым как нек-рое среднее (разумеется, не в термодинамич. смысле) от $b^d$ дискретных ячеечных спинов. Здесь $b \geqslant 1$ — целое число, указывающее, во сколько раз каждое из $d$ рёбер гиперкубич. спинового «блока» превосходит постоянную исходной решётки. Описанная операция проводится столько раз, сколько необходимо, чтобы линейные размеры блока стали порядка $\xi$ (очевидно, это вполне аналогично операции сглаживания или крупнозернистого усреднения, используемой, напр., в гидродинамике). С др. стороны, переход к блочным спинам, обладающим пространственным разрешением $\sim b$, вполне эквивалентен удержанию в фурье-разложении по векторам $\boldsymbol{k}$ в первой *Бриллюэна зоне* обратной решётки фурье-компонент лишь с $k < \Lambda$, где $\Lambda = 2\pi b^{-1}$ — параметр обрезания. Физически это соответствует пренебрежению коротковолновыми флуктуациями с $k$, превосходящими $\Lambda$, в непрерывном распределении спиновой плотности.

**Преобразование Каданова и модель Гинзбурга — Ландау.** При переходе от ячеечных к блочным спинам происходит также соответствующий переход от исходного ячеечного к блочному гамильтониану, к-рый осуществляется посредством преобразования Каданова (L. P. Kadanoff, 1966) $K_b$, обладающего групповым свойством $K_s K_b = K_{sb}$ и приводящего к эфф. зависимости параметров блочного гамильтониана от абс. темп-ры $T$, внеш. магн. поля $\boldsymbol{H}$ и т. п. Простейший и наиб. употребительный блочный гамильтониан описывает модель Гинзбурга — Ландау (В. Л. Гинзбург, Л. Д. Ландау, 1958) (см. также *Ландау теория* фазовых переходов). Соответствующий гамильтониан можно записать в одной из двух физически эквивалентных форм (см. ниже): как оператор (1), заданный на дискретном пространстве решётки, или как функционал (3) от неоднородного (но с учётом только длинноволновых флуктуаций) пространственного распределения спиновой плотности. Именно,

$$\mathscr{H}[\hat{\sigma}] = b^d \sum_x \{a_0 + a_2 \hat{\sigma}_x^2 + a_4 \hat{\sigma}_x^4 + \\ + c\frac{b^{-2}}{2} \sum_y{}' (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_x - \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{x+y})^2 - \boldsymbol{h}\hat{\boldsymbol{\sigma}}_x\}, \qquad (1)$$

где блочный спин $\boldsymbol{\sigma}_x$ определён как полный спин блока, отнесённый к числу узлов (ячеек) в блоке $b^d$ ($\boldsymbol{x}$ — радиус-вектор центра блока), $\boldsymbol{\sigma}_x = b^{-d}\sum_f \boldsymbol{\sigma}_f$; слагаемое, пропорц. $c$ в (1), описывает взаимодействие между блоками градиентного типа (штрих у знака суммы указывает, что суммирование идёт по $2d$ блокам $\boldsymbol{y}$ — ближайшим соседям блока $\boldsymbol{x}$). Здесь $\boldsymbol{h}$ — внеш. магн. поле, коэф. $a_0$, $a_2$, $a_4$ и $c$ зависят от $T$ (как и возможные, в принципе, коэф. $a_6$, $a_8$, ... при более высоких чётных степенях спинов) и являются гладкими (несингулярными) ф-циями $T$ и др. параметров, в т. ч. и в самой критич. точке. Последнее свойство обусловлено короткодействующим характером исходного взаимодействия между ячеечными (а следовательно, и блочными) спинами, причём каждое слагаемое в $\mathscr{H}[\hat{\sigma}]$ описывает локальные свойства и относится к конечному числу $(\sim b^d)$ спинов.

С др. стороны, учитывая, что величина

$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = L^{-d/2} \sum_k \sigma_k \exp(i\boldsymbol{k}\boldsymbol{x}) \; (|\boldsymbol{k}| < \Lambda = 2\pi b^{-1}) \qquad (2)$$

описывает спиновую конфигурацию в масштабах вплоть до $b \sim \Lambda^{-1}$, имеем

$$\mathscr{H}[\sigma] = \int d^d x \{a_0 + a_2 \boldsymbol{\sigma}^2(\boldsymbol{x}) + a_4 \boldsymbol{\sigma}^4(\boldsymbol{x}) + \\ + c(\nabla\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}))^2 - \boldsymbol{h}\boldsymbol{\sigma}\}, \qquad (3)$$

где $\boldsymbol{\sigma}^2 \equiv \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{n} (\sigma_i(\boldsymbol{x}))^2$, $\boldsymbol{\sigma}^4 = (\boldsymbol{\sigma}^2)^2$, $(\nabla\boldsymbol{\sigma})^2 = \sum_{\alpha=1}^{d}\sum_{i=1}^{n} (\partial\sigma_i/\partial x_\alpha)^2$; используя (2), можно записать (3) в наиб. часто применяемой форме (при $a_0 = 0$, $h = 0$) с общепринятыми обозначениями $a_2 = r_0$, $a_4 = u$:

$$\mathscr{H}[\sigma] = \frac{1}{2}\sum_{k,i} (r_0 + ck^2)\,|\sigma_{ik}|^2 + \\ + \frac{u}{8} L^{-d} \sum_{k,k',k'',i,j} \sigma_{ik}\sigma_{ik'}\sigma_{jk''}\sigma_{j,-k-k'-k''}; \qquad (4)$$

суммирование по $i$ и $j$ проводится от 1 до $n$, а модули всех волновых векторов под знаком суммы ограничены сверху величиной $\Lambda$.

**Масштабное преобразование и размерности.** Наряду с построением блочной спиновой конструкции путём последовательного применения преобразования Каданова, при определении РГ для критич. явлений используется масштабное преобразование $\boldsymbol{x} \to \boldsymbol{x}' = \boldsymbol{x}/s$ (соответственно $\boldsymbol{k} \to \boldsymbol{k}' = s\boldsymbol{k}$), при к-ром физ. система «сжимается» в $s$ раз по каждому направлению. Тогда после двойного преобразования Каданова $K_{sb}$ размер $sb$ спиновых блоков вновь уменьшается до исходной величины $b$, однако в блочный гамильтониан войдут перенормированные спины $\boldsymbol{\sigma}'_{x'} = \lambda_s \boldsymbol{\sigma}_{x/s}$, где $\lambda_s = s^a$ ($a$ не зависит от $s$), так что $\lambda_s \lambda_{s'} = \lambda_{ss'}$. Вообще говоря, в связи с масштабными преобразованиями, принято вводить масштабные, или аномаль-