волн ($a=1, 2, 3, \ldots$), согласно (23), находятся из однородной системы алгебраических ур-ний $[\omega^2 c^{-2}\varepsilon^{\text{п}}_{ij}(\omega, \boldsymbol{k}) - k^2\delta_{ij}+k_ik_j]\,E^j(\omega,\boldsymbol{k})=0$. Для решения разл. задач, напр. об излучении сторонних источников или о развитии неустойчивости волн в неравновесной среде, широко применяется т. н. гамильтонов метод анализа поля излучения, основанный на его разложении по нормальным волнам (В. Л. Гинзбург, 1940).

Без учёта пространственной дисперсии, т. е. зависимости $\varepsilon^{\text{п}}_{ij}$ от волнового вектора $\boldsymbol{k}$, при решении граничной задачи остаются, как и в вакууме, только две, различающиеся поляризациями $\boldsymbol{E}_{o,e}$, обыкновенная ($a=o$) и необыкновенная ($a=e$) волны $\boldsymbol{k}_{o,e}(\omega)$ (см. *Френеля уравнение*), а также продольные колебания на дискретных частотах, для к-рых $\det\varepsilon^{\text{п}}_{ij}(\omega_\parallel)=0$. При решении начальной задачи имеющаяся частотная дисперсия $\varepsilon^{\text{п}}_{ij}(\omega)$ сказывается более явно и поэтому даже в изотропной среде благодаря поляризац. вырождению $\boldsymbol{k}_o(\omega)=\boldsymbol{k}_e(\omega)$ может быть неск. дисперсионных кривых $\omega_a(\boldsymbol{k})$ — в соответствии с числом разл. свободных самосогласованных колебаний зарядов среды и поля с заданными волновым $\boldsymbol{k}$ и поляризационным $\boldsymbol{E}$ векторами. На рис. 3 приведён схематич. вид спектра нормальных волн в случае материального соотношения

$$\frac{d^2\boldsymbol{P}^{\text{п}}}{dt^2}+2T_2^{-1}\frac{d\boldsymbol{P}^{\text{п}}}{dt}+(\omega_0^2+T_2^{-2})\boldsymbol{P}^{\text{п}}=2d^2N(n_1-n_2)\omega_0\hbar^{-1}\boldsymbol{E}, \quad (28)$$

отвечающего модели изотропной среды практически неподвижных молекул с двумя энергетич. состояниями $\mathscr{E}_{1,2}$, $\mathscr{E}_2-\mathscr{E}_1=\hbar\omega_0$, их населённостями n_1 и n_2, концентрацией N, электрич. дипольным моментом перехода d с временем

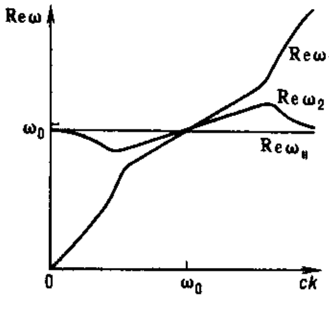

Рис. 3. Качественный вид дисперсионных кривых нормальных волн в среде, состоящей из двухуровневых молекул — осцилляторов.

некогерентной релаксации T_2. Модель (28) лежит в основе *квантовой электроники*: при инверсии населённостей ($n_1<n_2$) активных энергетич. уровней молекул образца среды в зависимости от скоростей релаксации поляризации $\boldsymbol{P}^{\text{п}}$ и поля $\boldsymbol{E}$ возникает неустойчивость одной из двух волн $\omega_{1,2}(\boldsymbol{k})$, ведущая к мазерной генерации ($\operatorname{Im}\omega_1>0$; см. *Лазер*) либо к *сверхизлучению* Дикке (R. Dicke) ($\operatorname{Im}\omega_2>0$).

Магнитная и электрическая восприимчивости. В Э. сплошных сред часто используется отличная от (23), более симметричная форма ур-ний. Она основана на выделении тока проводимости «свободных» зарядов $\boldsymbol{j}_0$ (посредством введения к.-л. тензора проводимости) и намагниченности $\boldsymbol{M}'$, позволяющей ввести новый вектор напряжённости магн. поля $\boldsymbol{H}(t, \boldsymbol{r})=\boldsymbol{B}-4\pi\boldsymbol{M}'$ и новые тензоры *магнитной проницаемости* $\hat{\mu}_{ij}(t, t', \boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}')$ и $\mu_{ij}(\omega, \boldsymbol{k})$, играющие в ф-лах вида (25), (26) роль, аналогичную вектору $\boldsymbol{E}$ и переопределённым тензорам $\hat{\varepsilon}_{ij}$ и ε_{ij} соответственно. В результате полная плотность тока разлагается на 3 части: $\boldsymbol{j}\{\boldsymbol{E},\boldsymbol{B}\}=\boldsymbol{j}_0+c\operatorname{rot}\boldsymbol{M}'+\partial\boldsymbol{P}'/\partial t$, а индукция магн. поля $\boldsymbol{B}$ становится аналогичной вновь переопределённой индукции электрич. поля $\boldsymbol{D}=\boldsymbol{E}+4\pi\boldsymbol{P}'$, выражающейся через «оставшуюся» поляризацию $\boldsymbol{P}'$ (электрич. дипольный момент единицы объёма).

В условиях пространственной дисперсии среды, не говоря уже об её нелинейности, макроскопич. процедура выделения $\boldsymbol{j}_0$, $\boldsymbol{M}'$, $\boldsymbol{P}'$ и введения новых $\hat{\sigma}_{ij}$, σ_{ij}, $\hat{\mu}_{ij}$, μ_{ij}, $\hat{\varepsilon}_{ij}$, ε_{ij} по старым $\hat{\varepsilon}^{\text{п}}_{ij}$, $\varepsilon^{\text{п}}_{ij}$ неоднозначна. Это обстоятельство обусловлено невозможностью строго разделить замкнутые и незамкнутые токи или токи «свободных» и «связанных» зарядов, особенно для эл.-магн. полей с характерными масштабами, к-рые не могут считаться большими по сравнению с размерами области локализации «связанных» зарядов, напр. электронов в молекулах. Причиной неоднозначности может служить релятивистская взаимосвязь $\boldsymbol{P}'$ с $\boldsymbol{M}'$ или $\boldsymbol{P}'$ с $\boldsymbol{j}_0$, скажем, в многокомпонентной среде при наличии неск. потоков зарядов в каждом элементарном объёме dV. Даже в простейшем случае непроводящей изотропной (негиротропной и немагнитоактивной) линейной однородной стационарной среды, где общее выражение для полной проницаемости суть

$$\varepsilon^{\text{п}}_{ij}=(\delta_{ij}-k_ik_j/k^2)\,\varepsilon^{\text{п}}_{\perp}(\omega,\boldsymbol{k})+(k_ik_j/k^2)\,\varepsilon^{\text{п}}_{\parallel}(\omega,\boldsymbol{k})$$

($\varepsilon_\perp$ и $\varepsilon_\parallel$ — диэлектрич. проницаемости среды соответственно в случаях, когда $\boldsymbol{E}$ перпендикулярно и параллельно $\boldsymbol{k}$), связь прежних фурье-образов $D^{\text{п}}_i=\varepsilon^{\text{п}}_{ij}E^j$ можно заменить, напр., на две эквивалентные пары новых связей (А. М. Игнатов, А. А. Рухадзе, 1981):

$$1)\ D_i(\omega,\boldsymbol{k})=\bar{\varepsilon}_{ij}E^j(\omega,\boldsymbol{k}),\quad B_i(\omega,\boldsymbol{k})=\bar{\mu}\,\delta_{ij}H^j(\omega,\boldsymbol{k});$$

$$\varepsilon_{ij}=\delta_{ij}+\left[\varepsilon^{\text{п}}_{\parallel}(\omega,k)-1\right]k_ik_jk^{-2},\quad \frac{1}{\bar{\mu}}=1-\left[\varepsilon^{\text{п}}_{\perp}(\omega,k)-1\right]\frac{\omega^2}{c^2k^2};$$

$$2)\ \boldsymbol{D}(\omega k)=\varepsilon\boldsymbol{E}(\omega,k),\quad \boldsymbol{B}(\omega,k)=\mu\,\boldsymbol{H}(\omega,k);$$

$$\varepsilon=\varepsilon^{\text{п}}_{\parallel}(\omega,k),\quad \frac{1}{\mu}=1-\left[\varepsilon^{\text{п}}_{\perp}(\omega,k)-\varepsilon^{\text{п}}_{\parallel}(\omega,k)\right]\frac{\omega^2}{c^2k^2}.$$

Тем не менее в известных приближениях определённое разделение удаётся провести либо из микроскопич. соображений, либо за счёт дополнит. условий в к.-л. частных случаях.

Движущиеся среды. Для указанного разложения $\boldsymbol{j}\{\boldsymbol{E},\boldsymbol{B}\}$ ур-ния (23) принимают вид

$$\operatorname{div}\boldsymbol{D}=4\pi(\rho_0+\rho_{\text{ст}}),\quad \operatorname{rot}\boldsymbol{H}=\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}+\frac{4\pi}{c}(\boldsymbol{j}_0+\boldsymbol{j}_{\text{ст}}) \qquad (6')$$

$$\operatorname{div}\boldsymbol{B}=4\pi(\tilde{\rho}_0+\tilde{\rho}_{\text{ст}}),\quad \operatorname{rot}\boldsymbol{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}-\frac{4\pi}{c}(\tilde{\boldsymbol{j}}_0+\tilde{\boldsymbol{j}}_{\text{ст}}). \qquad (7')$$

В (7′) включены ещё эфф. магн. заряды и токи, иногда используемые, напр., для удовлетворения определ. граничным условиям при описании свойств неоднородных сред или при переходе во вращающуюся систему отсчёта с целью отыскания решений граничных задач путём применения *двойственности перестановочной принципа* (преобразований дуальности Лармора — Пистолькорса), обобщающего (10) на случай макроскопич. Э. Ур-ния (6′), (7′) сохраняют свой вид при переходе в произвольную инерциальную систему отсчёта (относительно к-рой среда равномерно движется с локальной скоростью $\boldsymbol{u}$), если учесть релятивистские преобразования токов j^α_0, $j^\alpha_{\text{ст}}$, $\tilde{j}^\alpha_0$, $\tilde{j}^\alpha_{\text{ст}}$ и полей (2). Поля $\boldsymbol{D}$ и $\boldsymbol{H}$ преобразуются аналогично полям $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{B}$ соответственно и образуют тензор индукции $H_{\alpha\beta}$, аналогичный $F_{\alpha\beta}$ (1′). Поэтому ур-ниям (6′), (7′) можно придать релятивистски ковариантную форму:

$$H^{\alpha\beta}_{,\beta}=-\frac{4\pi}{c}(j^\alpha_0+j^\alpha_{\text{ст}}),\quad \tilde{F}^{\alpha\beta}_{,\beta}=-\frac{4\pi}{c}(\tilde{j}^\alpha_0+\tilde{j}^\alpha_{\text{ст}}). \qquad (8')$$

Однако в общем случае, в отличие от силы Лоренца в вакууме (1′) или (11), заменяющие её материальные соотношения не обладают релятивистской ковариантностью, поскольку явно выделена локально инерциальная система отсчёта, связанная со средой. Ситуация упрощается в среде без пространственно-временно́й дисперсии, имеющей вещественные проницаемости и проводимости, для простоты предполагающиеся изотропными в этой системе отсчёта:

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon(t,\boldsymbol{r})\boldsymbol{E},\quad \boldsymbol{B}=\mu(t,\boldsymbol{r})\boldsymbol{H};\quad \boldsymbol{j}_0=\sigma(t,\boldsymbol{r})\boldsymbol{E},\quad \tilde{\boldsymbol{j}}_0=\tilde{\sigma}(t,\boldsymbol{r})\boldsymbol{H}.$$

В произвольной системе отсчёта эти материальные соотношения принимают вид [Г. Минковский (G. Minkowski), 1908]

$$\boldsymbol{D}+\frac{1}{c}[\boldsymbol{uH}]=\varepsilon\left(\boldsymbol{E}+\frac{1}{c}[\boldsymbol{uB}]\right),\quad \boldsymbol{B}-\frac{1}{c}[\boldsymbol{uE}]=\mu\left(\boldsymbol{H}-\frac{1}{c}[\boldsymbol{uD}]\right),$$