при наличии дифференц. ограничений типа равенств

$$\varphi_i(t, x, \dot{x})=0, \quad i=1,\dots,m, \quad m<n, \tag{10}$$

и граничных условий

$$\Psi_\mu(t_1, x(t_1), t_2, x(t_2))=0, \ \mu=1,\dots,p, \ p\leqslant 2n+2, \tag{11}$$

с помощью множителей Лагранжа λ_0 и $\lambda_i(t)$, $i=1,\dots,m$, из f и φ_i составляется ф-ция

$$F(t, x, \dot{x}, \lambda)=\lambda_0 f(t, x, \dot{x})+\sum_{i=1}^{m}\lambda_i(t)\varphi_i(t, x, \dot{x})$$

и Э.— Л. у. записываются в виде

$$\begin{cases} F_{\lambda_i}-\dfrac{d}{dt}F_{\dot{\lambda}_i}\equiv\varphi_i(t, x, \dot{x})=0, & i=1,\dots,m, \\ F_{x^i}-\dfrac{d}{dt}F_{\dot{x}^i}=0, & i=1,\dots,n. \end{cases} \tag{12}$$

Т. о., оптимальное решение вариац. задачи (9)—(11) должно удовлетворять системе (12), причём первые m из этих ур-ний совпадают с заданными условиями связи (10). Используя дополнительно необходимое условие трансверсальности, получают замкнутую краевую задачу для определения решения вариац. задачи (9)—(11).

Помимо Э.— Л. у. и условий трансверсальности оптимальное решение вариац. задачи должно удовлетворять и др. необходимым условиям [условию Клебша (Лежандра), условию Вейерштрасса и условию Якоби].

Лит.: 1) Ахиезер Н. И., Лекции по вариационному исчислению, М., 1955; 2) Лаврентьев М. А., Люстерник Л. А., Курс вариационного исчисления, 2 изд., М.—Л., 1950.

И. Б. Вапнярский.

ЭЙНШТЕЙН (Э, Е) — единица энергии (или кол-ва фотонов), применяемая иногда в фотохимии. Названа в честь А. Эйнштейна (A. Einstein). 1 Э — суммарная энергия квантов монохроматич. излучения, число к-рых равно *Авогадро постоянной*. Размер единицы зависит от длины волны (частоты) излучения.

ЭЙНШТЕЙНА ЗАКОН ТЯГОТЕНИЯ — см. *Тяготение*.

ЭЙНШТЕЙНА КОЭФФИЦИЕНТЫ — коэф., характеризующие вероятности излучательных *квантовых переходов*. Введены А. Эйнштейном в 1916 при рассмотрении теории испускания и поглощения излучения атомами и молекулами на основе представления о фотонах; при этом им впервые была высказана идея существования *вынужденного испускания*. Вероятности *спонтанного испускания*, поглощения и вынужденного испускания характеризуются соответственно коэф. A_{ki}, B_{ik} и B_{ki} (индексы указывают на направление перехода между верх. $\mathscr{E}_k$ и ниж. $\mathscr{E}_i$ уровнями энергии). Эйнштейн одновременно дал вывод *Планка закона излучения* путём рассмотрения термодинамич. равновесия вещества и излучения и получил соотношения между Э. к. (см. *Тепловое излучение*).

Лит.: Эйнштейн А., Испускание и поглощение излучения по квантовой теории, в его кн.: Собр. науч. трудов, т. 3, М., 1966, с. 386; его же, К квантовой теории излучения, там же, с. 393.

М. А. Ельяшевич.

ЭЙНШТЕЙНА МОДЕЛЬ твёрдого тела — исторически первая модель, объясняющая отклонение теплоёмкости твёрдых тел от *Дюлонга и Пти закона* при низких темп-рах. Согласно Э. м., тепловые свойства кристаллич. решётки, состоящей из N атомов, можно трактовать как свойства системы из $3N$ независимых одномерных гармонич. осцилляторов, имеющих одну и ту же собств. частоту ω. Энергия осциллятора может принимать значения $\mathscr{E}_n=(n+1/2)\hbar\omega$ ($n=0, 1, 2, \dots$). Ср. значение энергии осциллятора равно

$$\bar{\mathscr{E}}=\frac{\sum\limits_{n=0}^{\infty}\mathscr{E}_n\exp(-\mathscr{E}_n/kT)}{\sum\limits_{n=0}^{\infty}\exp(-\mathscr{E}_n/kT)}=\frac{\hbar\omega}{\exp(\hbar\omega/kT)-1}+\frac{\hbar\omega}{2}, \tag{1}$$

откуда теплоёмкость

$$C=\frac{\partial(3N\bar{\mathscr{E}})}{\partial T}=3Nk\left(\frac{\theta_Э}{T}\right)^2\frac{\exp(\theta_Э/T)}{[\exp(\theta_Э/T)-1]^2}. \tag{2}$$

Здесь T — абс. темп-ра, $\theta_Э=\hbar\omega/k$ — эфф. величина, наз. температурой Эйнштейна. Для большинства твёрдых тел $\theta_Э$ лежит в интервале 100—300 К.

При высоких темп-рах ($T\gg\theta_Э$) ф-ла (2) переходит в закон Дюлонга и Пти. Э. м. предсказывает уменьшение теплоёмкости при понижении темп-ры, что качественно согласуется с экспериментом. Однако предсказываемая Э. м. экспоненц. зависимость теплоёмкости от темп-ры в области низких темп-р ($T\ll\theta_Э$)

$$C=3Nk(\theta_Э/T)^2\exp(-\theta_Э/T)$$

для большинства твёрдых тел экспериментом не подтверждается, что связано с чрезмерно упрощённым предположением о равенстве частот всех осцилляторов. Это предположение устраняется в *Дебая теории* твёрдого тела. В то же время Э. м. по порядку величины правильно описывает вклад, вносимый в теплоёмкость оптич. *фононами*, у к-рых имеется щель в спектре, а частота слабо зависит от волнового вектора, что особенно существенно для кристаллич. решёток с полиатомным базисом (более 1 атома в элементарной ячейке).

Лит.: Киттель Ч., Введение в физику твердого тела, пер. с англ., М., 1978.

Э. М. Эпштейн.

ЭЙНШТЕЙНА СООТНОШЕНИЕ — устанавливает связь между *подвижностью* μ носителей заряда e и их коэф. диффузии D:

$$\mu=eD/kT. \tag{1}$$

Э. с. написано в 1905 при построении теории *броуновского движения* А. Эйнштейном и М. Смолуховским (M. Smoluchowski). Ур-ние движения для частицы массы m имеет вид

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+\gamma\frac{dx}{dt}=F(t), \tag{2}$$

где γ — коэф. трения, $F(t)$ — случайная сила. Помножив (2) на x и усреднив по частицам, учитывая, что $\overline{xF(t)}=0$, а $m\overline{(dx/dt)^2}=kT$ (принцип равного распределения энергии по всем степеням свободы), получаем ур-ние

$$m\frac{d^2\overline{x^2}}{dt^2}+\gamma\frac{d\overline{x^2}}{dt}=2kT. \tag{3}$$

Интегрируя ур-ние (3) дважды, при $x|_{t=0}=0$ находим, что при $t\gg m/\gamma$ $\overline{x^2}=2kTt/\gamma$, и, сравнивая с определением коэф. диффузии $\overline{x^2}=2Dt$, приходим к выражению $D=kT/\gamma$. Учитывая, что $\mu=e/\gamma$, получаем (1).

Э. с. справедливо для классич. систем, находящихся в термодинамич. равновесии. Для квантовых систем взаимодействующих частиц вместо (1) следует написать

$$\sigma_{ik}=\overline{\Delta n^2}e^2D_{ik}, \tag{4}$$

где $\overline{\Delta n^2}$ — ср. флуктуация плотности числа частиц, а σ_{ik} и D_{ik} — симметричные компоненты тензоров проводимости и коэф. диффузии. Э. с. является исторически первым примером флуктуационно-диссипативного соотношения (см. *Флуктуационно-диссипативная теорема*, *Найквиста формула*).

Лит.: Кубо Р., Некоторые вопросы статистическо-механической теории необратимых процессов, в кн.: Термодинамика необратимых процессов, пер. с англ., М., 1962; Ансельм А. И., Основы статистической физики и термодинамики, М., 1973.

А. Ю. Матулис.

ЭЙНШТЕЙНА ТЕМПЕРАТУРА — характеристич. темп-ра в *Эйнштейна модели* твёрдого тела.

ЭЙНШТЕЙНА — ДЕ ХААЗА ЭФФЕКТ (Эйнштейна — де Хааза — Ричардсона эффект) — одно из *магнитомеханических явлений*, в к-рых проявляется связь между собственным механич. и магн. моментами микрочастиц (в частности, атомов). На существование такой связи, лежащей