сдвига, М., 1973; 4) Марченко В. А., Операторы Штурма — Лиувилля и их приложения, К., 1977; 5) Титчмарш Э. Ч., Разложения по собственным функциям, связанные с дифференциальными уравнениями второго порядка, пер. с англ., т. 1, М., 1960; 6) Коддингтон Э. А., Левинсон Н., Теория обыкновенных дифференциальных уравнений, пер. с англ., М., 1958; 7) Наймарк М. А., Линейные дифференциальные операторы, 2 изд., М., 1969; 8) Костюченко А. Г., Саргсян И. С., Распределение собственных значений, М., 1979; 9) Weyl H., Über gewöhnliche lineare Differential-Gleichungen mit singulären Stellen und ihre Eigenfunktionen, «Gött. Nachr.», 1909, S. 37; 10) его же, Über gewöhnliche Differential — Gleichungen mit Singularitäten und der zugehörigen Entwicklungen willkürlicher Funktionen, «Math. Ann.», 1910, Bd 68, S. 220; 11) его же, «Gött. Nachr.», 1910, S. 442; 12) Крейн М. Г., О неопределенном случае краевой задачи Штурма — Лиувилля в интервале (0, ∞), «Изв. АН СССР. Сер. матем.», 1952, т. 16, № 4, с. 293; 13) Гельфанд И. М., Левитан Б. М., Об одном простом тождестве для собственных значений дифференциального оператора второго порядка, «ДАН СССР», 1953, т. 88, № 4, с. 593; 14) Стеклов В. А., О разложении данной функции в ряд по гармоническим функциям, «Сообщения Харьковского матем. об-ва», 1896, т. 5, в. 1—2, с. 60; 15) Левитан Б. М., Саргсян И. С., Некоторые вопросы теории уравнения Штурма — Лиувилля, «Успехи матем. наук», 1960, т. 15, в. 1, с. 3; 16) Марченко В. А., Некоторые вопросы теории дифференциального оператора второго порядка, «ДАН СССР», 1950, т. 72, № 3, с. 457; 17) Левитан Б. М., Об асимптотическом поведении спектральной функции самосопряженного дифференциального уравнения второго порядка и о разложении по собственным функциям, «Изв. АН СССР. Сер. матем.», 1953, т. 17, № 4, с. 331; 1955, т. 19, № 1, с. 33; 18) Weyl J., Mandl F., On the asymptotic distribution of eigenvalues, «Proc. Roy. Soc. Ser. A», 1950, v. 200, p. 572; 19) Titchmarsh E., On the uniqueness of the Green's function associated with a second-order differential equation, «Canad. J. Math.», 1949, v. 1, p. 191; 20) Levinson N., «Časop. Pěst. Mat. Fys.», 1949, v. 74, p. 17; 21) Sears D., Titchnarsh E., Some eigenfunction formulae, «Quart. J. Math. Oxford. ser.», 1950, v. 1, p. 165.

Г. Ш. Гусейнов, Б. М. Левитан.

ШУ́БИНА — ВОНСО́ВСКОГО МОДЕ́ЛЬ — модель описания системы электронов в твёрдом теле, учитывающая перенос электрич. заряда, к-рый осуществляется т. н. полярными состояниями с разл. числом электронов на разных узлах кристаллич. решётки. В этом отношении Ш. — В. м. является обобщением на случай кристалла моделей *химической связи*, учитывающих ионные состояния молекул.

В работах С. П. Шубина и С. В. Вонсовского (1934—36) подробно рассмотрен гамильтониан полярной модели (ПМ) и введены операторы полярных состояний. При замене этих операторов *c*-числами были получены ур-ния в квазиклассич. приближении, допускающие решение задачи об осн. состоянии системы и спектре разл. типов возбуждений в относительно простом виде. В силу трансляционной симметрии кристалла полярные состояния (типа «двоек» или «дырок») коллективизируются и могут создавать ток во внеш. электрич. поле. В зависимости от параметров теории кристалл в Ш.— В. м. образует как диэлектрическую, так и металлич. фазу, что в принципе позволяет сформулировать критерий *перехода металл — диэлектрик*. В рамках Ш.— В. м. находит также естеств. объяснение нецелочисленность величины магн. момента, наблюдаемая экспериментально в ферромагн. металлах. Важной чертой ПМ является возможность описания связи между магн. и электрич. свойствами кристалла, позднее развитая в обменной *sd*-модели.

В историч. аспекте Ш.— В. м. является предшественницей нек-рых важных моделей физики твёрдого тела, в частности *Хаббарда модели*, в к-рой на основе совр. методов квантовой статистики получен ряд результатов в теории магнетизма, электрич. явлений и т. д.

В методологич. отношении ценность Ш.— В. м. заключается в том, что она показывает недостаточность представлений обычной *зонной теории* и необходимость более адекватного описания сложных металлов с сильным взаимодействием между электронами. Вытекающие отсюда проблемы теории сильно коррелированных систем получили широкое развитие и занимают одно из центральных мест в совр. физике твёрдого тела.

Лит.: Schubin S., Vonsowsky S., Electron theory of metals, «Proc. Roy. Soc.», 1934, v. A145, № 855, p. 159; Schubin S., Vonsowsky S., Zur Electronentheorie der Metalle, I, «Zs. UdSSR», 1935, Bd 7, № 3, S. 292; II, 1936, Bd 10, № 3, S. 348; Вонсовский С. В., Вопросы современной квантовой теории электронных проводников, «УФН», 1952, т. 48, с. 289.

Ю. П. Ирхин.

ШУ́БНИКОВА — ДЕ ХА́АЗА ЭФФЕ́КТ — осциллирующая зависимость электропроводности кристалла от магн. поля. Ш.— де Х. э. наблюдается в кристаллах, где электронный газ вырожден, в сильном магн. поле ($H \geqslant 10$ кЭ) при низких темп-рах ($T \lesssim 4$ К). После открытия осцилляций электропроводности Л. В. Шубниковым и В. де Хаазом (W. de Haas) в кристалле Bi квантовые осцилляции кинетич. коэффициентов наблюдались во мн. металлах и вырождённых полупроводниках, напр. в InSb, GaSb, InAs (см. *Квантовые осцилляции*).

Причиной возникновения осцилляций является квантование орбитального движения носителей заряда в магн. поле. Если закон дисперсии $\mathscr{E}(\boldsymbol{p})$ носителей заряда изотропен, то уровни энергии носителей в магн. поле H (*Ландау уровни*) даются выражением

$$\mathscr{E}(n,\, p_H)=\left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c+p_H^2/2m,$$

где $n=0, 1, 2, ..., p_H$ — проекция импульса носителей заряда $\boldsymbol{p}$ на направление поля $\boldsymbol{H}$, m — *эффективная масса* носителей, $\omega_c=eH/mc$ — *циклотронная частота* носителей. Осцилляции обусловлены периодически повторяющимися изменениями *плотности состояний* электронов $g(\mathscr{E})$ на уровне Ферми $\mathscr{E}_F$ при прохождении последовательных уровней Ландау. Плотность состояний носителей $g(\mathscr{E})$ достигает максимума вблизи значений $\mathscr{E}_n$.

При увеличении H значения $\mathscr{E}_n$ растут пропорционально H, поочерёдно достигая уровня Ферми $\mathscr{E}_F$. Величина $\mathscr{E}_F$ сама зависит от поля. В отсутствие поля ($H=0$) $\mathscr{E}_F^0=(\hbar^2/2m)(3\pi^2N)^{2/3}$, где N — концентрация носителей заряда. Если магн. поля не очень сильные, так что $\hbar\omega_c \ll \mathscr{E}_F^0$, то значение $[\mathscr{E}_F(H)/\mathscr{E}_F^0]-1\approx(\hbar\omega_c/\mathscr{E}_F^0)^{3/2}$ мало́ и величину $\mathscr{E}_F$ можно считать постоянной. В случае $\hbar\omega_c > 2\mathscr{E}_F$ самый нижний уровень Ландау ($n=0$) уже пересёк уровень Ферми и осциллирующая зависимость всех кинетич. коэф. от H сменяется монотонной зависимостью.

В слабых полях размытие уровней Ландау за счёт теплового движения ($\sim kT$) и конечного времени релаксации ($\sim\hbar/\tau$) приводит к уменьшению амплитуды осцилляций. Поэтому для наблюдения Ш.— де Х. э. необходимо выполнение условий $\omega_c\tau \gg 1$ и $\hbar\omega_c > kT$. Эти неравенства показывают, что в невырожденных полупроводниках Ш.— де Х. э. наблюдаться не может.

Во многих практически важных случаях величина осциллирующей добавки $\Delta\sigma$ к электропроводности σ_0 (при $H=0$) даётся ф-лой

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0}\approx\frac{x}{\operatorname{sh}x}\sqrt{\frac{\hbar\omega_c}{2\mathscr{E}_F}}\exp\left(-\frac{2\pi}{\omega_c\tau}\right)\cos\left(\frac{2\pi\mathscr{E}_F}{\hbar\omega_c}-\frac{\pi}{4}\right),$$

где $x=2\pi^2kT/\hbar\omega_c$. Множители перед cos являются плавными, монотонными ф-циями H. При условии $\mathscr{E}_F=\mathscr{E}_F^0$ косинус даёт периодич. зависимость $\Delta\sigma/\sigma_0$ от H^{-1} с периодом $\Delta(H^{-1})=e\hbar/mc\mathscr{E}_F^0$.

В случае анизотропного закона дисперсии ф-ла для периода осцилляций имеет вид

$$\Delta(H^{-1})=2\pi e\hbar/S,$$

где S — площадь экстремального сечения *ферми-поверхности* плоскостью, перпендикулярной $\boldsymbol{H}$.

Исследование Ш.— де Х. э. позволяет получить информацию об электронных свойствах металлов и *вырожденных полупроводников*. Измерение периода осцилляций Δ даёт величину концентрации носителей заряда N при известном значении m. Значение m можно определить по температурной зависимости амплитуды осцилляций Ш.— де Х. э. Зависимость амплитуды осцилляций от H позволяет вычислить время релаксации носителей τ. Учёт спина электрона приводит к более сложным зависимостям, в частности к расщеплению экстремумов осцилляций, что, в свою очередь, позволяет определить величину *g*-фактора носителей заряда.