новые ф-ции, отвечающие подпространствам с определ. числами частиц (см. *Фока пространство*).

$$\Psi=\begin{pmatrix}\Psi^{(0)}\\ \Psi^{(1)}(x_1)\\ \Psi^{(2)}(x_1,x_2)\\ \ldots\ldots\ldots\\ \Psi^{(n)}(x_1,\ldots,x_n)\\ \ldots\ldots\ldots\end{pmatrix}.$$

Здесь $\Psi^{(n)}(x_1,\ldots,x_n)$ — амплитуда вероятности обнаружить систему, состоящую из n частиц, расположенных в точках $x_1,\ldots,x_n$. При действии на Ψ операторов рождения $\psi^+(x)$ и уничтожения $\psi(x)$ для бозе-частиц в каждой строчке Ψ происходит замена типа

$$\Psi^{(n)}(x_1,\ldots,x_n)\to\sqrt{n+1}\,\Psi^{(n+1)}(x,x_1,\ldots,x_n)$$

и

$$\Psi^{(n)}(x_1,\ldots,x_n)\to$$
$$\to(1/\sqrt{n})\sum_{k=1}^{n}\delta(x-x_k)\Psi^{(n-1)}(x_1,\ldots,x_{k-1},x_{k+1},\ldots,x_n)$$

(для ферми-частиц, кроме того, меняется знак). Соответственно выражаются в Ф. п. и операторы физ. величин, напр. гамильтониан. Ур-ние Шрёдингера в Ф. п. имеет вид системы зацепляющихся ур-ний для ф-ций $\Psi^{(0)}, \Psi^{(1)},\ldots$, каждое из к-рых аналогично обычному ур-нию Шрёдингера в конфигурац. пространстве соответствующего числа измерений.

Лит.: Fock V., Configuration space and Dirac's method of quantisation, «Z. Phys.», 1932, Bd 75, H. 9—10, S. 622; Швебер С., Введение в релятивистскую квантовую теорию поля, [пер. с англ.], М., 1963. *Д. А. Киржниц.*

ФÓКА ПРОСТРÁНСТВО — в простейшем и чаще всего употребляемом случае — *гильбертово пространство*, состоящее из бесконечных последовательностей вида

$$F=\{f_0,f_1,\ldots,f_n,\ldots\},\qquad(1)$$

где $f_0\in\mathbb{C}, f_1\in L_2(\mathbb{R}^\nu, d^\nu x)$,

$f_n\in L_2^s((\mathbb{R}^\nu)^n, (d^\nu x)^n)$

или $f_n\in L_2^a((\mathbb{R}^\nu)^n, (d^\nu x)^n)$, $n=2,3,\ldots$, $\nu=1,2,\ldots$,

причём $L_2^s((\mathbb{R}^\nu)^n, (d^\nu x)^n)$ и $L_2^a((\mathbb{R}^\nu)^n, (d^\nu x)^n)$

означает гильбертово пространство симметрических (соответственно антисимметрических) ф-ций от n переменных $x_1,\ldots,x_n\in\mathbb{R}^\nu$, $n=2,3,\ldots$. Скалярное произведение двух последовательностей F и G вида (1) равно

$$(F,G)=f_0\bar{g}_0+\sum_{n=1}^{\infty}(f_n,g_n)_{L_2((\mathbb{R}^\nu)^n,(d^\nu x)^n)}.$$

В случае, когда последовательности F состоят из симметрических ф-ций, говорят о симметрическом (или бозонном) Ф. п., а в случае последовательностей антисимметрических ф-ций Ф. п. наз. антисимметрическим (или фермионным). В таком простейшем случае Ф. п. были впервые введены В. А. Фоком в 1932.

В общем случае произвольного гильбертова пространства H Ф. п. $\Gamma^s(H)$ (или $\Gamma^a(H)$), построенным над H, наз. симметризованную (или антисимметризованную) тензорную экспоненту пространства H, т. е. пространства

$$\Gamma^\alpha(H)\equiv\mathrm{Exp}_\alpha H=\oplus\sum_{n=0}^{\infty}(H^{\otimes n})_\alpha,\ \alpha=s,a,\qquad(2)$$

где знак $\oplus$ означает прямую ортогональную сумму гильбертовых пространств, $(H^{\otimes 0})_\alpha=\mathbb{C}^1$, $(H^{\otimes 1})_\alpha=H$, а $(H^{\otimes n})_\alpha$, $n>1$ — симметризованную при $\alpha=s$ или антисимметризованную $(\alpha=a)$ n-ую тензорную степень пространства H. В случае $H=L_2(\mathbb{R}^\nu, d^\nu x)$ определение (2) эквивалентно определению Ф. п., приведённому в начале статьи, если отождествить пространства $L_2^\alpha((\mathbb{R}^\nu)^n,(d^\nu x)^n)$ и $(L_2(\mathbb{R}^\nu, d^\nu x))^{\otimes n}_\alpha$ так, что тензорному произведению

$$(f_1\otimes\ldots\otimes f_n)_\alpha\in(L_2(\mathbb{R}^\nu, d^\nu x))^{\otimes n}_\alpha$$

последовательности ф-ций

$$f_1,\ldots,f_n\in L_2(\mathbb{R}^\nu, d^\nu x)$$

соответствует ф-ция

$$\frac{1}{\sqrt{n!}}\sum_\sigma(\pm1)^{\mathrm{sign}\,\sigma}\prod_{i=1}^{n}f(x_{\sigma(i)})\in L_2^\alpha((\mathbb{R}^\nu)^n,(d^\nu x)^n),\qquad(3)$$

где суммирование происходит по всем перестановкам индексов $1,2,\ldots,n$, $\mathrm{sign}\,\sigma$ — чётность перестановки σ, а знак $+1$ или -1 в выражении (3) соответствует симметрическому или антисимметрическому случаям.

В квантовой механике Ф. п. $\Gamma^s(H)$ или $\Gamma^a(H)$ служат пространствами состояний квантовомеханич. системы, состоящей из произвольного (но конечного) числа одинаковых частиц, таких, что пространством состояний каждой отд. частицы является пространство H. При этом в зависимости от того, каким из Ф. п. — симметрическим или антисимметрическим — описывается эта система, сами частицы наз. *бозонами* или *фермионами*. Для любого $n=1,2,\ldots$, подпространство $\Gamma_n^\alpha(H)\equiv(H^{\otimes n})_\alpha\subset\Gamma^\alpha(H)$, $\alpha=s,a$, наз. n-частичным подпространством: его векторы описывают те состояния, в к-рых имеется ровно n частиц; единичный вектор $\Omega\in(H^{\otimes 0})_\alpha\subset\Gamma^\alpha(H)$, $\alpha=s,a$ (в записи (1): $\Omega=\{1,0,0,\ldots,0,\ldots\}$), называемый вакуумным вектором, описывает состояние системы, в к-ром нет ни одной частицы.

При изучении *линейных операторов*, действующих в Ф. п. $\Gamma^s(H)$ и $\Gamma^a(H)$, часто применяется спец. формализм, называемый методом *вторичного квантования*. Он основан на введении в каждом из пространств $\Gamma^\alpha(H)$, $\alpha=s,a$, двух семейств линейных операторов: т. н. операторов уничтожения $\{a_\alpha(f), f\in H\}$, $\alpha=s,a$, и семейства сопряжённых им операторов $\{a_\alpha^*(f), f\in H\}$, называемых операторами рождения. Операторы уничтожения задаются как замыкания операторов, действующих на векторы

$$(f_1\otimes\ldots\otimes f_n)_\alpha\in\Gamma^\alpha(H),\ \alpha=s,a,\qquad(4)$$

где $(f_1\otimes\ldots\otimes f_n)_\alpha$ — симметризованные (при $\alpha=s$) или антисимметризованные $(\alpha=a)$ тензорные произведения последовательностей векторов $f_1,\ldots,f_n\in H$, $n=1,2,\ldots$, по ф-лам

$$a_\alpha(f)(f_1\otimes\ldots\otimes f_n)_\alpha=\sum_{i=1}^{n}g_\alpha(i)(-1)^{\alpha(i)}(f_i,f)\times$$
$$\times(f_i\otimes\ldots\otimes f_{i-1}\otimes f_{i+1}\otimes\ldots\otimes f_n)_\alpha,$$
$$\alpha=s,a;\ a_\alpha(f)\Omega=0,$$

где $g_s(i)=0$ и $g_a(i)=i-1$. Операторы же рождения $a_\alpha^*(f)$ действуют на векторы (3) по ф-лам

$$a_\alpha^*(f)(f_1\otimes\ldots\otimes f_n)_\alpha=(f\otimes f_1\otimes\ldots\otimes f_n),$$
$$a_\alpha^*(f)\Omega=f.$$

При этом для любого $f\in H$, $a_\alpha(f):\Gamma_n^\alpha(H)\to\Gamma_{n-1}^\alpha(H)$, $n=1,2,\ldots$, а $a_\alpha^*(f):\Gamma_n^\alpha(H)\to\Gamma_{n+1}^\alpha(H)$, $n=0,1,2,\ldots$, т. е. состояние физ. системы с n частицами операторами уничтожения $a_\alpha(f)$ переводится в состояние с $(n-1)$-ой частицей, а операторами рождения $a_\alpha^*(f)$ — в состояние с $(n+1)$-ой частицей.

Операторы рождения и уничтожения оказываются во мн. случаях удобной системой «образующих» в совокупности всех операторов (ограниченных и неограниченных), действующих в Ф. п. Представление таких операторов в виде суммы (конечной или бесконечной) операторов вида

$$a_\alpha^*(f_1)\ldots a_\alpha^*(f_n)a_\alpha(g_1)\ldots a_\alpha(g_m),$$
$$(f_1,\ldots,f_n,g_1,\ldots,g_m)\in H;\ n,m=0,1,2\ldots,$$

т. н. нормальная форма оператора, и основанные на таком представлении способы действия с операторами (вычисление ф-ций от них, приведение операторов к к.-н. «простейшему» виду, разл. приёмы аппроксимации и т. д.)