В Ф. э. ярко проявляется специфич. характер вектора напряжённости магн. поля $\boldsymbol{H}$ ($\boldsymbol{H}$ — осевой вектор, «псевдовектор»). Знак угла поворота плоскости поляризации при Ф. э. в отличие от естественной *оптической активности* не зависит от направления распространения света (по полю или против поля). Поэтому многократное прохождение света через среду, помещённую в магн. поле, приводит к возрастанию угла поворота плоскости поляризации в соответствующее число раз. Эта особенность Ф. э. нашла применение при конструировании невзаимных оптич. и радиомикроволновых устройств (см. *Невзаимные элементы*). Ф. э. широко используется в науч. исследованиях.

Лит. см. при ст. *Магнитооптика*. *В. С. Запасский.*

ФЁДОРОВСКИЕ ГРУ́ППЫ — то же, что пространственные группы симметрии (см. *Симметрия кристаллов*).

ФЕ́ЙГЕНБА́УМА УНИВЕРСА́ЛЬНОСТЬ — явление универсальности, связанное с бесконечными последовательностями *бифуркаций* удвоения периода устойчивых периодич. траекторий. Это явление было обнаружено и исследовано М. Фейгенбаумом (M. Feigenbaum) в 1978 [1—3]. Бифуркация удвоения периода происходит в том случае, когда для периодич. траектории γ, зависящей от параметра μ, собственное значение $\lambda(\mu)$ оператора монодромии, задающего сдвиг вдоль γ на период, проходит через значение $\lambda(\mu_1)=-1$. При прохождении параметра через бифуркац. значение μ_1 от γ ответвляется новое периодич. решение γ_1, к-рое при $\mu=\mu_1$ совпадает с дважды пройденным γ. При дальнейшем изменении μ собств. значение $\lambda_1(\mu)$ может также пройти через -1 при нек-ром μ_2: $\lambda_1(\mu_2)=-1$, после чего от γ_1 ответвляется периодич. траектория с периодом вдвое большим, чем период γ_1, и т. д. Оказывается, что в типичных ситуациях происходят бесконечные последовательности бифуркаций удвоения, причём бифуркац. значения μ_i накапливаются к предельному значению $\mu_\infty=\lim\limits_{i\to\infty}\mu_i$. Замечательным является универсальный характер сходимости $\mu_i\to\mu_\infty$, а именно $\mu_\infty-\mu_i\sim\text{const}\,\delta^{-i}$, где $\delta=4{,}6692...$ — универсальная константа Фейгенбаума. При $\mu_i\to\mu_\infty$ бифуркац. траектории становятся всё более сложными и сходятся к нек-рому *фракталу*, структура к-рого также является универсальной. Обычно значение μ_∞ связывают с началом возникновения *хаоса* в системе, а Ф. у. рассматривают как один из очень общих механизмов стохастизации [4]. Ф. у. обнаружена численно во многих физ. задачах. Отметим среди них систему Лоренца, галёркинские аппроксимации ур-ний Навье — Стокса, магн. гидродинамику, нелинейные колебания в электрич. цепях и др.

Ф. у. удобно изучать для семейств одномерных отображений. Типичным примером служит $f_\mu(x)=1-\mu x^2$, $x\in[-1, 1]$, $\mu\in[0, 2]$. При $\mu_1=0{,}75$ происходит первая бифуркация удвоения: из неподвижной точки $x_0={}^2/_3$ рождается пара точек, образующих цикл периода 2. Следующие бифуркац. значения $\mu_2=1{,}25$, $\mu_3=1{,}3681$ и т. д. Последовательность $\mu_i\to\mu_\infty\approx1{,}40155$, а отношения $(\mu_i-\mu_{i-1})/(\mu_{i+1}-\mu_i)\to\delta=4{,}6692...$. Отображение f_{μ_∞} имеет циклы периода 2^n для любого n.

Определим последовательность ф-ций

$$f_n(x)=\frac{1}{\tau_n}f_{\mu_\infty}^{(2^n)}(\tau_n x)\equiv\frac{1}{\tau_n}\underbrace{f_{\mu_\infty}(f_{\mu_\infty}(\ldots f_{\mu_\infty}}_{2^n}(\tau_n x)\ldots),$$

где $\tau_n=f_{\mu_\infty}^{(2^n)}(0)$. Оказывается, что f_n сходятся к универсальной ф-ции $g(x)$, к-рая является решением ур-ния удвоения:

$$g(x)=-\alpha g(g(-\alpha^{-1}x)),\ g(0)=1,\ g'(0)=0,\ \alpha=-\frac{1}{g(1)}.\quad(1)$$

Ф-ция $g(x)$ является чётной аналитич. ф-цией:

$$g(x)=1-1{,}52763...x^2+0{,}104815...x^4-...,$$

$\alpha=2{,}50290...$. Константа α характеризует изменение масштаба в системе за 2^n шагов: $\tau_n\sim\text{const}\,\alpha^{-n}$. Объяснение универсальности, предложенное Фейгенбаумом, носит ренормгрупповой характер. Если правую часть ур-ния (1) рассматривать как определение преобразования удвоения, то ф-ция $g(x)$ является неподвижной точкой этого преобразования, а весь спектр линеаризованного преобразования в точке g лежит внутри единичного круга, за исключением одного собственного значения, равного константе Фейгенбаума δ.

Опишем структуру фрактального аттрактора, отвечающего f_{μ_∞} и g (аттрактора Фейгенбаума). Определим систему непересекающихся интервалов $\Delta_i^{(n)}$, $0\leqslant i<2^n$ ранга n: $\Delta_0^{(n)}=[-\alpha^{-n}, \alpha^{-n}]$, $\Delta_i^{(n)}=g\Delta_{i-1}^{(n)}$, $1\leqslant i<2^n$ и их объединение $F_n=\bigcup\limits_{i=0}^{2^n-1}\Delta_i^{(n)}$. Множество F_n содержит F_{n+1}, а каждый интервал $\Delta_i^{(n)}$ содержит два интервала ранга $(n+1)$: $\Delta_i^{(n+1)}$ и $\Delta_{i+2^n}^{(n+1)}$. При этом при переходе к $(n+1)$ центр. часть интервала выбрасывается. В пределе $n\to\infty$ возникает фрактал $F=\bigcap\limits_{n\geqslant1}F_n$, имеющий структуру канторова множества, к-рый служит аттрактором для отображения g. Отрезки $\Delta_i^{(n)}$ имеют нерегулярную длину. Их длины удобно описывать с помощью термодинамич. формализма ([5]). Пусть $i=1+\varepsilon_1 2^1+\varepsilon_2 2^2+...+\varepsilon_{n-1}2^{n-1}$, где $\varepsilon_k=0, 1$. Существует ф-ция U, определённая на бесконечных последовательностях нулей и единиц, такая, что

$$|\Delta_i^{(n)}|\sim\text{const}\exp\left\{\sum_{k=2}^{n}U(\varepsilon_k, \varepsilon_{k-1}, ..., \varepsilon_2, 1, 0, ...)\right\}.\quad(2)$$

При этом ф-ция U с экспоненц. скоростью аппроксимируется ф-циями от конечного числа переменных. Из (2) следует, что для любого β существует

$$p(\beta)=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{(\ln 2)\,n}\ln\left(\sum_{i=0}^{2^n-1}|\Delta_i^{(n)}|^\beta\right).$$

Универсальная ф-ция $p(\beta)$ является выпуклой и монотонно убывающей. Фрактальная размерность аттрактора F определяется из ур-ния $p(\beta_0)=0$. Численный счёт даёт значение $\beta_0\approx0{,}54$.

В реальных физ. экспериментах измеряют обычно спектральные пики, отвечающие определ. гармоникам. Введём автокорреляц. ф-цию:

$$c_n=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N}x_{n+i}x_i,$$

где $x_i=g^{(i)}(x_0)\equiv\underbrace{g(g(\ldots g(x_0)\ldots))}_{i}$ и её преобразование Фурье:

$$c_n=\int_0^1 e^{2\pi jn\omega}C(\omega)d\omega,\ C(\omega)=C_0\,\delta(\omega)+$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{r=0}^{2^{n-1}-1}C_r^{(n)}\delta\left(\omega-\frac{2r+1}{2^n}\right),$$
$$j^2=-1.$$

При $n\to\infty$ отношение

$$\left(A_n=\sum_{r=0}^{2^{n-1}-1}C_r^{(n)}\right)\Bigg/\left(A_{n+1}=\sum_{r=0}^{2^n-1}C_r^{(n+1)}\right)\to\chi=$$
$$=2\exp(-p(2)\ln 2)\approx10{,}48\quad([6]).$$

Если в системе присутствует малый случайный шум, т. е. рассматривается динамика $x_{k+1}=f_\mu(x_k)+\varepsilon\,\xi_k$, где ξ_k — независимые случайные величины со средним нуль, то удаётся наблюдать лишь конечное число $n(\varepsilon)$ бифуркаций удвоения периода. Асимптотика $n(\varepsilon)$ при $\varepsilon\to0$ также является универсальной:

$$\frac{n(\varepsilon)}{\ln(\varepsilon^{-1})}\to\nu=\frac{2}{p(-2)\ln 2}\approx0{,}529\quad([5],[7]).$$

Лит.: Feigenbaum M. J., Quantitative universality for a class of nonlinear transformations, «J. Stat. Phys.», 1978, v. 19, № 1, p. 25; 2) Feigenbaum M. J., The universal metric properties of nonlinear