ково и, значит, отношение тяжёлой массы к инертной [от к-рого зависит ускорение тела в заданном поле Т., ф-ла (5)] одинаково для всех тел и эти массы неотличимы. Т. о., поле Т., по Эйнштейну, есть отклонение свойств пространства-времени от свойств плоского (неискривлённого) многообразия спец. теории относительности.

Вторая важная идея, лежащая в основе теории Эйнштейна,— утверждение, что Т. (т. е. искривление пространства-времени) определяется не только массой вещества, слагающего тело, но и всеми видами энергии, присутствующими в системе. Согласно этой идее, Т. зависит не только от распределения масс в пространстве, но и от их движения, от давления и натяжений, имеющихся в телах, от эл.-магн. поля и всех др. физ. полей.

Наконец, в теории тяготения Эйнштейна обобщается вывод спец. теории относительности о конечной скорости распространения всех видов взаимодействия. Согласно Эйнштейну, изменения гравитац. поля распространяются в вакууме со скоростью c.

Теория тяготения Эйнштейна

Измерение промежутков времени и пространственных расстояний. В спец. теории относительности в инерциальной системе отсчёта квадрат четырёхмерного «расстояния» в пространстве-времени — *интервала* ds — между двумя бесконечно близкими событиями записывается в виде

$$ds^2=(c\,dt)^2-dx^2-dy^2-dz^2, \tag{6}$$

где t — время; x, y, z — прямоуг. декартовы (пространств.) координаты. Эта система координат наз. галилеевой. Выражение (6) не изменяется при *Лоренца преобразованиях*. Пространство-время, в к-ром можно ввести систему координат так, что в каждой точке ds^2 записывается в виде (6), наз. псевдоевклидовым, плоским или *Минковского пространством-временем*. Специальная теория относительности является теорией физ. процессов в таком пространстве.

Если в пространстве-времени Минковского использовать неинерциальные системы отсчёта и недекартовы координаты, то в новых координатах ds^2 запишется в виде

$$ds^2=g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu \tag{7}$$

($\mu, \nu=0, 1, 2, 3$), где x^1, x^2, x^3 — произвольные пространств. координаты, $x^0=ct$ — временна́я координата (здесь и далее по одинаковым верх. и ниж. индексам производится суммирование).

В искривлённом пространстве-времени общей теории относительности (в конечных, не малых, областях) уже нельзя ввести декартовы координаты и использование криволинейных координат становится неизбежным. В конечных областях искривлённого пространства-времени ds^2 записывается в криволинейных координатах в общем виде (7). Зная $g_{\mu\nu}$ как ф-ции 4 координат, можно определить все геом. свойства пространства-времени. Говорят, что величины $g_{\mu\nu}$ определяют метрику пространства-времени, а совокупность всех $g_{\mu\nu}$ наз. **метрическим тензором**. С помощью $g_{\mu\nu}$ вычисляются темп течения времени в разных точках системы отсчёта и расстояния между точками в трёхмерном пространстве. Так, ф-ла для вычисления бесконечно малого интервала времени $d\tau$ по часам, покоящимся в системе отсчёта, имеет вид

$$d\tau=\sqrt{g_{00}}\,dx^0/c. \tag{8}$$

Квадрат пространств. расстояния dl^2 определяется след. образом через пространств. координаты:

$$dl^2=h_{ik}dx^i dx^k;\ h_{ik}=-g_{ik}+\frac{g_{0i}g_{0k}}{g_{00}} \tag{9}$$

(лат. индексы $i, k=1, 2, 3$).

Матем. аппаратом, изучающим неевклидову геометрию (см. *Риманова геометрия*) в произвольных координатах, является тензорное исчисление. Общая теория относительности использует аппарат тензорного исчисления, её законы записываются в произвольных криволинейных координатах (это означает, в частности, запись в произвольных системах отсчёта), как говорят, в ковариантном виде.

Осн. объектами тензорного исчисления являются скаляры, векторы и тензоры разных рангов, к-рые преобразуются по определ. законам при переходе от одной координатной системы к другой (см. *Тензор*).

Уравнения движения тел и динамические величины

Как уже говорилось, тела в гравитац. поле движутся по геодезич. линиям, если на них не действуют негравитац. силы. Ур-ние геодезич. линии в искривлённом пространстве-времени записывается в виде

$$\frac{d^2x^\mu}{ds^2}+\Gamma^\mu_{\sigma\rho}\frac{dx^\sigma}{ds}\frac{dx^\rho}{ds}=0, \tag{10}$$

ds измеряется вдоль геодезич. линии. Величины $\Gamma^\mu_{\nu\rho}$ наз. **символами Кристофеля** и выражаются через метрич. тензор:

$$\Gamma^\mu_{\nu\rho}=\frac{1}{2}g^{\mu\sigma}\left(\frac{\partial g_{\sigma\nu}}{\partial x^\rho}+\frac{\partial g_{\sigma\rho}}{\partial x^\nu}-\frac{\partial g_{\nu\rho}}{\partial x^\sigma}\right), \tag{11}$$

где $g^{\mu\sigma}$ определяется из условия $g^{\mu\nu}g_{\nu\rho}=\delta^\mu_\rho$ (δ^μ_ρ — символ Кронекера). В малой окрестности любой точки пространства-времени можно ввести систему координат, движущуюся по инерции, в к-рой метрич. тензор имеет вид (6), а $\Gamma^\mu_{\nu\rho}=0$. Такие системы наз. **локально инерциальными**. В этих системах нет никаких гравитац. и инерциальных сил (свободное падение, невесомость). Если система отсчёта не движется по инерции, то в ней имеется гравитационно-инерциальная сила, определяемая ускорением, к-рое испытывает свободное тело, покоящееся в данном месте в данный момент времени. Вектор ускорения записывается в виде

$$F^i=-\frac{c^2\Gamma^i_{00}}{g_{00}}, \tag{12}$$

величина ускорения

$$F=\sqrt{F^iF^kh_{ik}}. \tag{13}$$

Уравнения тяготения Эйнштейна

Осн. задача теории Т.— определение гравитац. поля, что соответствует в теории Эйнштейна нахождению геометрии пространства-времени. Эта последняя задача сводится к нахождению метрич. тензора $g_{\mu\nu}$.

Ур-ния тяготения Эйнштейна связывают величины $g_{\mu\nu}$ с величинами, характеризующими материю, создающую поле: плотностью, потоками импульса и т. п. Эти ур-ния записываются в виде

$$R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R=\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}. \tag{14}$$

Здесь $R_{\mu\nu}$ — т. н. тензор Риччи,

$$R_{\nu\rho}=\frac{\partial\Gamma^\mu_{\nu\rho}}{\partial x^\mu}-\frac{\partial\Gamma^\mu_{\nu\mu}}{\partial x^\rho}+\Gamma^\mu_{\sigma\mu}\Gamma^\sigma_{\nu\rho}-\Gamma^\mu_{\sigma\rho}\Gamma^\sigma_{\nu\mu};\ R=R_{\nu\rho}g^{\nu\rho}, \tag{15}$$

$T_{\mu\nu}$ — тензор энергии-импульса материи. Для газов этот тензор записывается в виде

$$T_{\mu\nu}=(\varepsilon+P)\frac{dx^\rho}{ds}\frac{dx^\sigma}{ds}g_{\rho\mu}g_{\sigma\nu}-Pg_{\mu\nu}, \tag{16}$$

где $\varepsilon=\rho c^2$ — плотность энергии (включая массу покоя частиц) в системе отсчёта, в к-рой элемент вещества покоится; P — давление. В частном случае, при условии

$$\varepsilon=-P=\mathrm{const}, \tag{17}$$

тензор энергии-импульса можно записать в виде $T_{\mu\nu}=\Lambda g_{\mu\nu}$, где $\Lambda\equiv 8\pi G\rho/c^2$. Постоянная Λ наз. **космологической постоянной**. Впервые она была введена в теорию Эйнштейном с целью построить модель Вселен-