$$S^{YY}_{\alpha\alpha'}=\begin{pmatrix} a & 0 & 0 & d \\ 0 & c & b & 0 \\ 0 & b & c & 0 \\ d & 0 & 0 & a \end{pmatrix}, \qquad (21)$$

где

$$a=w_0+w_3,\ b=w_1+w_2,\ c=w_0-w_3,\ d=w_1-w_2. \qquad (22)$$

Записав с помощью выражения для S-матрицы локальные $\mathscr{L}_{\xi\eta}$-матрицы и R-матрицу, из ур-ния Янга — Бакстера находим систему ур-ний для определения величин $w_j(\lambda)$. Для XYZ-модели решение этой системы ур-ний приводит к следующей эллиптич. параметризации для коэф. матрицы рассеяния:

$$a(\lambda):c(\lambda):b(\lambda):d(\lambda)=\mathrm{sn}(\lambda+\eta,k):\mathrm{sn}(\lambda-\eta,k):$$
$$:\mathrm{sn}(2\eta,k):k\,\mathrm{sn}(2\eta,k)\,\mathrm{sn}(\lambda-\eta,k)\,\mathrm{sn}(\lambda+\eta,k), \qquad (23)$$

где k — модуль эллиптич. синуса. Величины η и k параметризуют две независимые константы гамильтониана (1). Эта параметризация выражается эллиптич. ф-циями Якоби

$$J_x=1+k\,\mathrm{sn}^2 2\eta,\ J_y=1-k\,\mathrm{sn}^2 2\eta,$$
$$J_z=\mathrm{cn}\,2\eta\,\mathrm{dn}\,2\eta. \qquad (24)$$

В частном случае $k=0$ получаем $J_x=J_y$, $J_z=\cos 2\eta$, т. е. переходим к XYZ-модели, при этом эллиптич. параметризация переходит в тригонометрическую.

Установив зависимость элементов матрицы рассеяния от спектрального параметра λ, можно убедиться, что в точке $\lambda=0$ S-матрица совпадает с матрицей перестановки. Если с помощью этого частного значения S-матрицы образовать трансфер-матрицу по ф-ле (11), то именно через неё будут выражаться гамильтониан и импульс системы.

Сформулируем теперь общую схему квантового метода обратной задачи. Она состоит в двукратном использовании ур-ний Янга — Бакстера. На первом этапе решается ур-ние (17) в локальной форме и находится параметризация элементов матрицы рассеяния $S(\lambda)$, т. е. их зависимость от спектрального параметра λ. На втором этапе используется ур-ние Янга — Бакстера в форме (18), из к-рого получаются коммутац. соотношения для матрицы монодромии. С их помощью производится диагонализация трансфер-матрицы и находятся в явном виде её собств. значения. Гамильтониан системы и импульс выражаются через трансфер-матрицу, поэтому её диагонализация означает и диагонализацию гамильтониана, т. е., точнее, решение задачи.

Иллюстрирование схемы КМОЗ на примере XYZ-модели показало, что для этой задачи было необходимо ввести S-матрицы вида (20). Существенно отметить, что для этой задачи введённая S-матрица не является физической, но представляет нек-рую абстрактную S-матрицу, использование к-рой в схеме КМОЗ приводит к диагонализации гейзенберговского гамильтониана. Для др. физ. задач, напр. о цепочке Хаббарда или об эффекте Кондо, частицы имеют внутр. симметрию и их состояния характеризуются дискретным индексом, конкретно — проекцией спина, поэтому физ. S-матрица в этих задачах является матрицей по этим индексам. Она должна удовлетворять ур-нию Янга — Бакстера, и с её помощью вводятся описанные выше матем. конструкции КМОЗ — матрица монодромии $\mathscr{T}$ и трансфер-матрица T. Однако этих величин недостаточно для полного решения задачи. Особую проблему составляет учёт периодических граничных условий. В рамках КМОЗ эта проблема нахождения импульсов сводится к диагонализации трансфер-матрицы T на т. н. нерегулярной решётке.

Одномерная модель Хаббарда. Гамильтониан одномерной цепочки Хаббарда (см. *Зонный магнетизм*) записывается в виде

$$\mathscr{H}=-t\sum_{i=1}^{N}\sum_{\sigma}\left(c^+_{i\sigma}c_{i+1,\sigma}+c^+_{i+1,\sigma}c_{i\sigma}\right)+U\sum_{i=1}^{N}c^+_{i\uparrow}c_{i\uparrow}c^+_{i\downarrow}c_{i\downarrow},$$
$$U>0,$$

где $c_{i\sigma}$, $c^+_{i\sigma}$ — операторы уничтожения и рождения электрона на узле i со спином $\sigma=\pm 1$. Точное решение одномерной *Хаббарда модели* было дано в 1968 Э. Либом и Ф. Ву [5]. Решению этой задачи предшествовало точное решение Янгом проблемы одномерной системы мн. частиц с δ-образным отталкиванием. В результате оказалось, что для полузаполненной зоны (т. е. в случае, когда число электронов, приходящихся на один узел, равно единице) осн. состояние одномерной модели Хаббарда для любого ненулевого значения кулоновского отталкивания U является диэлектрическим с антиферромагн. взаимодействием, но без дальнего порядка. В случае, когда зона заполнена не наполовину, Либ и Ву нашли, что эта система при $U>0$ должна быть проводящей.

Характерной чертой одномерной модели Хаббарда является разделение спиновой и зарядовой степеней свободы. В соответствии с этим в этой модели существуют два типа элементарных возбуждений. Со спиновой степенью свободы ассоциируется возбуждение фермиевской природы, имеющее спин $^1/_2$ — с п и н о н, а с зарядовой — х о л о н — элементарное возбуждение тоже фермиевской природы, несущее заряд, но не имеющее спина.

Использование квантового метода обратной задачи в одномерной модели Хаббарда позволяет продвинуться в решении более сложной задачи — определения асимптотики корреляц. ф-ций на больших расстояниях и вычисления соответствующих критич. показателей. Корреляц. ф-ции системы, находящейся в точке фазового перехода, т. е. при темп-ре абс. нуля для одномерной модели Хаббарда, могут быть найдены с помощью методов конформной теории поля.

Эффект Кондо. Ещё одним ярким достижением использования КМОЗ в статистич. механике явилось точное решение задачи о примесном атоме с локализов. магн. моментом, помещённом в немагн. кристалл. Первые исследования задачи о рассеянии электронов проводимости на такой примеси в следующих за борновским приближениях показали существенные температурные аномалии, в частности спиновую экранировку примеси при низких темп-рах. Совокупность этих явлений получила назв. *Кондо эффекта*. Долгое время эта проблема была предметом исследования, но все подходы к ней основывались на разл. вариантах теории возмущений. Точное решение этой задачи дано в 1980 П. Б. Вигманом [6] и Н. Андреем [7] независимо друг от друга. Были вычислены энергия осн. состояния и выражение для свободной энергии, позволившее получить такие термодинамич. величины, как примесная теплоёмкость и восприимчивость, представляющие в этой проблеме осн. интерес.

Модель Тирринга. Большие возможности для дальнейшего описания XYZ-модели даёт переход от дискретной цепочки к непрерывной струне, когда параметр цепочки $a\to 0$. В этом пределе задача сводится к точно решаемой одномерной массивной модели Тирринга, хорошо известной в КТП. Эта модель описывает систему бесспиновых фермионов двух сортов, движущихся в противоположных направлениях со скоростью v:

$$\mathscr{H}=\int dx\left\{-iv\psi^+\sigma_z\nabla_x\psi+m_0\psi^+\sigma_z\psi+g\rho_1\rho_2\right\},$$

где $\psi=\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\end{pmatrix}$ — двухкомпонентный спинор, а $\rho_1=(1/a)\psi_1^+\psi_1$ и $\rho_2=(1/a)\psi_2^+\psi_2$ — плотности ферми-частиц сорта 1 и 2. Параметры модели Тирринга (v — скорость, m_0 — масса фермиона, g — константа связи между фермионами) находятся в след. соответствии с параметрами XYZ-модели:

$$v=\frac{1}{2}(J_x+J_y)-\frac{1}{2\pi}J_z,\ m_0=-\frac{1}{2a}(J_x-J_y),\ g=-4J_z,$$