сада — Соммерфилда (M. K. Prasad, C. H. Sommerfield, 1975), при фиксированных ε, a_0, и равны:

$$g(r)=\frac{ear}{\mathrm{sh}(ear)};\quad h(r)=\frac{ear}{\mathrm{th}(ear)}-1.$$

В этом пределе для энергии модели справедлива оценка

$$\mathscr{E}=\int d^3x\left\{\frac{1}{4}(F^a_{ij}-\varepsilon_{ijk}D_k\varphi^a)^2+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}F^a_{ij}D_k\varphi^a\right\}\geqslant\frac{4\pi a_0}{e}|Q|, \tag{26}$$

и равенство в (26) достигается на решениях ур-ний Богомольного $F^a_{ij}=\varepsilon_{ijk}D_k\varphi^a$, описывающих конфигурации с мин. энергией при любом значении Q. Из (26) следует, что монополи должны обладать массой $M_m=4\pi a_0/e$, к-рая растёт с уменьшением константы взаимодействия e и по оценкам должна быть порядка 10^{16} ГэВ. При $\lambda\neq0$ возможность существования Т. с. подтверждена лишь прямыми вариационными методами (Ю. С. Тюпкин, В. А. Фатеев, А. С. Шварц, 1976) и численными расчётами. Помимо монопольных решений модель допускает т. н. **дионы** Джулиа — Зи (B. Julia, A. Zee, 1975), т. е. объекты с электрическим и магнитным зарядами. Физически монополи предсказываются теорией *Великого объединения* и могут выступать в роли катализатора распада протона — эффект Каллана — Рубакова (В. А. Рубаков, 1981; C. G. Callan, 1982), но до сих пор не обнаружены экспериментально.

Другими известными примерами Т. с. в (3+1) измерениях являются инстантоны и скирмионы. **Инстантоны** обнаружены (А. А. Белавин, А. М. Поляков, Тюпкин, Шварц, 1975) как частицеподобные решения в евклидовом, чисто калибровочном варианте лагранжиана предыдущей модели, т. е. когда в отсутствие полей Хиггса, *Янга — Миллса поля* A_μ рассматриваются в мнимом времени. Пространство-время Минковского при замене $t\to ix_0$, где x_0 — вещественная переменная, эквивалентно евклидову 4-мерному пространству. Термин «инстантон» (от англ. instant — мгновенный, немедленный; момент) предложен т'Хоофтом для обозначения Т. с., к-рые, в отличие от вышеописанных солитонов, локализованы не только в пространстве, но и во времени. В силу своих особых свойств инстантоны могут осуществлять мгновенные переходы между полями с разной топологией, что имеет существенное значение в процессах перестройки вакуумов в *квантовой хромодинамике* и других калибровочных теориях.

Скирмионы — Т. с. нелинейной сигма-модели со спонтанно нарушенной *киральной симметрией*, предложенной Т. Х. Р. Скирмом (T. H. R. Skyrme, 1961; см. *Скирма модель*). Изначально скирмионы предназначались для описания барионов как протяжённых локализованных структур с нетривиальным топологич. зарядом Q (типа степени отображения $S^3\to S^3$), к-рый интерпретировался как *барионное число*. При этом модель Скирма оказалась достаточно удачным и простым прообразом эффективной мезонной теории (пока неизвестной и труднодоступной), к к-рой должна сводиться теория сильных взаимодействий (квантовая хромодинамика) в низкоэнергетич. секторе. В рамках этой достаточно простой модели удаётся удовлетворительным образом описывать как спектроскопию основных состояний адронов, так и их взаимодействия. Позже выяснилось, что на основе модели Скирма и её модификаций, таких, как модель Скирма — Мантона (N. S. Manton, 1987), можно получать разумные ответы как в высокоэнергетич. физике адронов, так и при описании плотной ядерной материи. В частности, можно получить оценку для плотности энергии ядерной материи

$$\rho_{\mathscr{E}}\geqslant\frac{1}{2\lambda^2}(2\pi^2n)^{2/3}+\varepsilon^2(2\pi^2n)^{4/3},$$

где $\rho_{\mathscr{E}}=\mathscr{E}/V$, $n=|N|/V$ — плотность числа частиц, V — объём, занимаемый материей, λ, ε — параметры модели. Оценка хорошо согласуется с выводами теории кварк-глюонной плазмы. Другим предсказанием модели является то, что по мере уплотнения системы изолированных скирмионов они вначале образуют гранецентрир. кубич. решётку с нек-рой постоянной a', затем скирмионы начинают расширяться, теряют свою индивидуальность, и при дальнейшем уплотнении происходит фазовый переход системы в конденсированное состояние. При этом имеет место эффект уменьшения энергии (массы), приходящейся на один скирмион, достигающий предельного значения при нек-ром $a'=a'_0$ [9], [10].

Одной из наиб. привлекательных особенностей модели Скирма является реализованный в её рамках механизм построения фермионных состояний (нуклонов) из бозонных полей (мезонов), т. н. явление **Ферми — Бозе трансмутации**. В связи с этим термин «скирмион» (предложен В. И. Санюком, 1981) приобрёл расширенный смысл — так называются теперь любые Т. с., возникающие как частицеподобные решения в чисто бозонных теориях поля, но подчиняющиеся статистике Ферми — Дирака после квантования, т. е. характеризующиеся полуцелым спином. Более того, развитие этой идеи показало, что возможны Т. с. с произвольным дробным значением спина, подчиняющиеся т. н. промежуточным статистикам (см. *Парастатистика*). Такие Т. с. известны также под назв. **анионы** (от англ. any — всякий, любой). Термин предложен Ф. Вилчеком (F. Wilczek, 1982) и отражает факт допустимости практически любого дробнозначного спина у таких частиц, к-рые используются в моделях высокотемпературной сверхпроводимости (см. *Оксидные высокотемпературные сверхпроводники*). В теории *квантового Холла эффекта* также рассматриваются Т. с. с дробным спином под назв. «холлоны», в гравитации — «геоны» и т. д.

Т. с. с дробным спином. Проиллюстрируем появление Т. с. с дробным спином на примере (2+1)-мерной нелинейной σ-модели, обсуждавшейся ранее в связи с вихрями Белавина — Полякова [ур-ния (12), (13)]. Топологич. заряд модели (15) можно представить как $Q=\int d^2x\,J^0$, где J^0 — временнáя компонента сохраняющегося независимо от динамики модели топологич. тока

$$J^\mu=\frac{1}{8\pi}\varepsilon^{\mu\nu\lambda}\varepsilon_{abc}n^a\partial_\nu n^b\partial_\lambda n^c. \tag{27}$$

Закон сохранения $\partial_\mu J^\mu=0$ позволяет переписать ток (27) в виде ротора от нек-рого вспомогательного калибровочного поля A_μ:

$$J^\mu=\varepsilon^{\mu\nu\lambda}\partial_\nu A_\lambda. \tag{28}$$

Далее, вместо (13) можно записать лагранжиан

$$\mathscr{L}=\frac{1}{2\lambda}(\partial_a n^a)^2-\frac{m}{2}\varepsilon_{\mu\nu\lambda}A^\mu\partial^\nu A^\lambda+gA_\mu J^\mu$$

(g — нек-рая константа взаимодействия), из к-рого соотношение (28) получается как ур-ние Эйлера — Лагранжа в отношении A_μ, если считать данное поле независимым. В подходящей калибровке (напр., $\partial_i A_i=0$) интегрирование по вспомогательному (не динамическому) полю A_μ приводит к эфф. действию

$$S=\frac{1}{2\lambda}\int d^3x\,\{(\partial_a n^a)^2-\Theta\,A_\mu J^\mu\}, \tag{29}$$

где $d^3x\equiv d^2x\,dt$; $\Theta=g^2/2m$ — вещественный параметр, возникающий в (29) как коэф. при топологич. члене, в к-ром легко узнать индекс Хопфа (20), переписанный в виде $Q_H=-\int d^3x\,A_\mu J^\mu$. Действия вида (29) известны в калибровочных теориях (в частности, в квантовой хромодинамике) под назв. «Θ-действие». Его происхождение связано с локальной *калибровочной инвариантностью* гамильтонианов в таких теориях, вследствие чего собств. ф-ции для заданного значения энергии определяются с точностью до постоянного сдвига фазы. Соответственно гильбертово пространство теории разбивается на секторы, нумеруемые непрерывным параметром Θ, и в каждом из них есть своё