т. н. N-вихревым ($q=N>0$) и N-антивихревым ($q=N<0$) решениям ур-ний Богомольного. Такие решения, описывающие, в частности, экспериментально наблюдаемые вихри Абрикосова (см. *Решётка вихрей Абрикосова*) в рамках абелевой модели Хиггса обнаружены X. Нильсеном (H. Nielsen) и П. Олесеном (P. Olesen) в 1973. Аналогичную топологич. природу имеют условия квантования Дирака для заряда *магнитного монополя* [8]: $eq/2\pi h\in\mathbb{Z}$, где e — заряд частицы в поле монополя Дирака.

В неабелевой модели Хиггса $SO(3)$- или $SU(2)$-калибровочные поля A_μ, $\mu=0, 1, 2, 3$, взаимодействуют с триплетом скалярных полей (изовекторное поле Хиггса) $\boldsymbol{\varphi}=(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$; лагранжиан имеет вид:

$$\mathscr{L}=\frac{1}{2}(D_\mu\varphi)^2-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}-V(\varphi), \tag{10}$$

где $F^a_{\mu\nu}=\partial_\mu A^a_\nu-\partial_\nu A^a_\mu-e\varepsilon^{abc}A^b_\mu A^c_\nu (a, b, c=1, 2, 3)$ — тензор напряжённости калибровочного поля A^a_μ, $D_\mu\varphi^a=\partial_\mu\varphi^a-e\varepsilon^{abc}A^b_\mu\varphi^c$ — ковариантная производная и $V(\varphi)=(\lambda/4)(\boldsymbol{\varphi}^2-\varphi_0^2)^2$. Хиггсовский вакуум в данном случае определяется как $M_0=\{\varphi\colon\ D_\mu(\varphi)=0;\ V(\varphi)=0, (\boldsymbol{\varphi}^2=\varphi_0^2)\}$, т. е. является 2-сферой радиуса φ_0 в изотопич. пространстве. Поскольку поля $\varphi\in M_0$ не инвариантны относительно преобразований из $G=SO(3)$ и в то же время инвариантны относительно подгруппы $H=SO(2)\simeq U(1)$ вращений вокруг выделенного направления в изопространстве, $M_0=G/H$. Магнитный Т. з. монополя q находится по теореме Гаусса — Остроградского вычислением потока магн. поля $F^{ij}=-\varepsilon^{ijk}B^k$ $(i, j, k=1, 2, 3)$ через замкнутую поверхность Σ, лежащую в хиггсовском вакууме и окружающую точку возможной локализации монополя:

$$q=\oint B dS=-\frac{1}{2e\varphi_0^3}\oint\limits_\Sigma\varepsilon^{ijk}\varepsilon_{abc}\varphi^a\partial_i\varphi^b\partial_j\varphi^c dS_k,$$

где dS_k — ориентированный элемент поверхности сферы Σ и

$$N=\frac{1}{8\pi\varphi_0^3}\oint\limits_\Sigma\varepsilon^{ijk}\varepsilon_{abc}\varphi^a\partial_i\varphi^b\partial_j\varphi^c dS_k$$

есть число обходов полем $\varphi(\boldsymbol{x})$ вакуумного многообразия M_0 при пробегании $\boldsymbol{x}$ по всей поверхности Σ. При этом заряд монополя $q=-4\pi N/e$ и состояния системы классифицируются гомотопич. группой

$$\pi_2(M_0)=\pi_2(G/H)=\pi_2(SO(3)/SO(2)).$$

В отличие от сингулярных монополей Дирака модель (10) обладает регулярными решениями с конечной энергией и нетривиальным магн. зарядом q: монополи т'Хоофта — Полякова, монополи Богомольного — Прасада — Соммерфилда (БПС-монополи), а также дионными решениями Джулиа — Зи с нетривиальными электрич. и магн. зарядами [8]. Энергия модели оценивается через Т. з. q, $\mathscr{E}\geqslant\varphi_0|q|=4\pi\varphi_0|N|/e$, и ниж. грань достигается на БПС-монополях. Магн. монополи с нетривиальными Т. з. возникают и в моделях *Великого объединения* сильных, слабых и эл.-магн. взаимодействий.

Нетривиальные топологич. характеристики присущи конфигурациям евклидовых *Янга — Миллса полей* $A_\mu=(i/2)\tau^a A^a_\mu$, где τ^a — матрицы Паули, удовлетворяющим ур-нию самодуальности

$$F_{\mu\nu}=\pm F^*_{\mu\nu};\ F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu+[A_\mu, A_\nu] \tag{11}$$

и обладающим конечным действием

$$S=-\frac{1}{4}\int\limits_\Gamma d^4x F^a_{\mu\nu}F^a_{\mu\nu}. \tag{12}$$

Здесь $F^*_{\mu\nu}=(1/4)\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}F^{\lambda\rho}$ — дуальный тензор напряжённости полей Янга — Миллса в евклидовом пространстве; Γ — область интегрирования. Условие конечности действия (12) влечёт $F_{\mu\nu}\to 0$ при $|x|\to\infty$, т. е. вдоль всей границы $\partial\Gamma$ 4-мерной области Γ, $\partial\Gamma\simeq\mathbb{S}^3$. Как следствие, рассматриваемые конфигурации должны быть локализованы в пространстве и во времени и по этой причине получили назв. *инстантоны*. С др. стороны, на границе $\partial\Gamma$ поле A_μ должно быть чистой калибровкой $A_\mu(x)\to g(x)\partial_\mu g^{-1}(x)$, $x\in\partial\Gamma$, где $g(x)$ — непрерывное отображение $\partial\Gamma\simeq\mathbb{S}^3$ в калибровочную группу G, т. е. $g\colon\mathbb{S}^3\to G$. Согласно теореме Ботта, для любой простой группы Ли G отображение $g(x)$ можно непрерывным образом деформировать в $g\colon\mathbb{S}^3\to SU(2)$. Последнее замечание позволяет, во-первых, отождествить $A_\mu(x)$ на $\partial\Gamma$ с киральным током L_μ (см. *Скирма модель*), а во-вторых, вычислить Т. з. инстантонов n (т. н. числа Понтрягина) по ф-лам для Т. з. модели Скирма:

$$n=-\frac{1}{48\pi^2}\varepsilon^{ijk}\int\limits_{\partial\Gamma}d^3x\,\mathrm{Tr}(L_i[L_j, L_k]). \tag{13}$$

В терминах тензора $F_{\mu\nu}$ ф-ла (13) приобретает вид $n=\frac{1}{16\pi^2}\int\limits_\Gamma d^4x\,\mathrm{Tr}(F_{\mu\nu}\cdot F^*_{\mu\nu})=\frac{1}{32\pi^2}\int\limits_\Gamma d^4x(F\cdot F^*)$. Евклидово действие S оценивается снизу через Т. з. n: $S\geqslant 8\pi^2|n|$, и равенство достигается на решениях ур-ния самодуальности (11). Согласно существующим представлениям, инстантоны, особый вид колебаний вакуума, реализуются как туннельные переходы между разл. вакуумами чисто калибровочных Янга — Миллса теорий и по этой причине играют существ. роль в определении основного вакуумного состояния в теориях такого рода. Классификация инстантонных полевых конфигураций даётся группой $\pi_3(SU(2))=\mathbb{Z}$.

Наряду с целочисленными топологич. характеристиками, в ряде совр. полевых моделей вводятся Т. з. с дробными значениями [9].

Лит.: 1) Skyrme T. H. R., A nonlinear theory of strong interactions, «Proc.Roy.Soc.», 1958, v. A247, p. 260; его же, A nonlinear field theory, «Proc.Roy.Soc.», 1961, v. A260, p. 127; его же, A unified field theory of mesons and baryons, «Nucl. Phys.», 1962, v. 31, p. 556; 2) Finkelstein D., Misner C., Some new conservation laws, «Ann. of Phys.», 1959, v. 6, p. 230; 3) Balachandran A. P. [a. o.], Exotic levels from topology on the quantum-chromodynamics effective lagrangians, «Phys. Rev. Lett.», 1982, v. 49, p. 1124; 4) Makhankov V. G., Rybakov Y. P., Sanyuk V. I.; The Skyrme model. Fundamentals methods, applications, B. — L., 1993; 5) Косевич А. М., Иванов Б. А., Ковалев А. С., Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны, К., 1983; 6) Рыбаков Ю. П., О солитонах с индексом Хопфа, в сб.: Проблемы теории гравитации и элементарных частиц, в. 12, М., 1981; Структура частиц в нелинейной теории поля, М., 1985; 7) Додд Р. и др., Солитоны и нелинейные волновые уравнения, пер. с англ., М., 1988; 8) Goddard P., Olive D. I., Magnetic monopoles in gauge field theories, «Repts. Progr. Phys.», 1978, v. 41, p. 1357; Goddard P., Mansfield P., Topological structures in field-theories, «Repts Progr. Phys.», 1986, v. 49, p. 725; 9) Goldstone J., Wilczek F., Fractional quantum numbers on solitons, «Phys.Rev.Lett.», 1981, v. 47, p. 986.

В. И. Санюк.

ТОПОЛОГИ́ЧЕСКИЙ СОЛИТО́Н — *солитон* с нетривиальной топологич. характеристикой (типа степени отображения, инварианта Хопфа и т. д.) — *топологическим зарядом*. В расширенном смысле (опуская присущее «истинным» солитонам свойство сохранения формы после столкновений) термин «Т. с.» принято использовать как для обозначения топологически нетривиальных решений с конечными динамич. характеристиками в теории поля (кинков, монополей, инстантонов, скирмионов и т. д.), так и для модельного описания устойчивых неоднородных состояний (локализованных структур) в конденсированных средах: вихрей, дислокаций, дисклинаций, доменных стенок, точечных дефектов и т. п. ([1], [2]).

Простейшие (1+1)-мерные (пространственная координата+время) Т. с. — кинки [от англ. kink — изгиб, петля,