Здесь ∂_α и $\bar\partial_{\dot\alpha}$ — антикоммутирующие дифференц. операторы (9). Генераторы (14) удовлетворяют перестановочным соотношениям (3), а операторы применимы к суперполям общего вида (13). Можно построить аналогичные представления и для киральных суперполей. Все эти представления эквивалентны, и преобразование от одного представления к другому производится при помощи оператора

$$e^{\lambda},\ X = i\theta\sigma^{\mu}\bar\theta\partial_{\mu}. \qquad (15)$$

Суперсимметричное действие. Суперполя обладают важным свойством: произведение суперполей данного типа является суперполем того же типа. Это означает, что закон преобразования произведения суперполей при супертрансляциях тот же, что и закон преобразования множителей. При перемножении суперполей разных типов нужно согласовывать их законы преобразования, что достигается введением разл. степеней оператора (15).

Это замечание даёт общий метод построения суперсимметричных теорий. Проиллюстрируем его на простейшем примере самодействия киральных суперполей. В этом случае действие (в несколько схематич. форме) равно

$$S=\int d^4x\,\{\int d^2\theta d^2\bar\theta\,\Phi_R e^{-2X}\Phi_L +$$
$$+\int d^2\theta(m\Phi_L^2+g\Phi_L^3)+\int d^2\bar\theta(m\Phi_R^2+g\Phi_R^3)\}. \qquad (16)$$

Здесь m — масса частиц супермультиплета, g — безразмерная константа связи. Суперполя Φ_L и Φ_R, входящие в выражение (16), эрмитово сопряжены, в результате чего величина действия S оказывается вещественной. Условие эрмитовой сопряжённости суперполей Φ_L и Φ_R накладывает связи на компонентные поля в выражениях (12). Независимыми остаются два комплексных скалярных поля $A(x)$ и $F(x)$ и майорановский спинор $\Psi(x)$, составленный из двух сопряжённых двухкомпонентных спинорных полей $\varphi(x)$ и $\bar\varphi(x)$. Через эти поля выражается действие S после интегрирования по антикоммутирующим переменным. В получившемся выражении поле $F(x)$ входит без производных. Исключая это поле при помощи ур-ний движения, можно придать действию S стандартный вид теории двух взаимодействующих полей — комплексного скалярного поля $A(x)$ и спинорного поля $\Psi(x)$. Оба эти поля имеют одинаковые массы. Взаимодействие представляется в виде суммы членов третьего и четвёртого порядков относительно полей. Константы взаимодействия выражаются через константу g. Состав полей, входящих в эту теорию, соответствует супермультиплету при $j=0$. На этом примере можно проследить характерные черты суперсимметричных теорий поля. Все такие теории представляют собой взаимодействие определ. набора физ. полей, причём спины этих полей подчинены правилам построения супермультиплетов, а взаимодействие имеет спец. вид.

Убедиться в том, что действие S, заданное в форме (16), суперсимметрично, т. е. инвариантно относительно бесконечно малых преобразований супертрансляций (14), можно след. образом. В силу свойств произведений суперполей отд. слагаемые в подынтегральном выражении можно рассматривать как (составные) суперполя. Поэтому бесконечно малые супертрансляции, применённые к отд. множителям, переносятся на всё подынтегральное выражение. При этом члены, содержащие антикоммутирующие производные ∂_α, обращаются в нуль в силу соотношений типа (11), и действие операторов Q_α сводится к пространственно-временно́й дивергенции, исчезающей при интегрировании по координатам.

Указанный метод построения суперсимметричных теорий может быть обобщён на более сложные случаи. Практически для любой системы взаимодействующих полей могут быть построены соответствующие супераналоги. В частности, рассмотрены суперсимметричные теории Янга — Миллса. В таких теориях роль векторного калибровочного поля играет векторное суперполе (13). С помощью суперсимметричных теорий янг-миллсовского типа изучались суперобобщения теории электрослабого взаимодействия, а также моделей *великого объединения*. В последнем случае С. позволяет (по крайней мере, в принципе) подойти к решению центральной для великого объединения проблемы т. н. иерархии. Важную роль в этих теориях играют разл. способы нарушения С. С физ. точки зрения, такие теории интересны тем, что в них возникает большое кол-во новых, не рассмотренных ранее процессов, связанных с наличием суперпартнёров. Широкий класс теорий, содержащих частицы со спином 2 (гравитоны) и их суперпартнёров со спином 3/2 (гравитино), составляют содержание супергравитации.

Некоторые следствия суперсимметрии. Ряд качественных следствий С. был указан выше. Это в первую очередь появление супермультиплетов, т. е. семейств частиц, содержащих частицы как целого, так и полуцелого спина и выступающих во всех процессах на «паритетных» началах (с точностью до возможного нарушения С.). В случае расширенной С. в супермультиплетах имеет место корреляция между спинами частиц и параметрами, описывающими внутр. симметрию.

Однако существует также ряд др. «теоретических» эффектов, вытекающих из С. Эти эффекты в наиб. отчётливой форме проявляются в методе суперполей и основанной на нём диаграммной технике. В методе суперполей эффекты, связанные с суперпартнёрами, собираются воедино. При этом вклады суперпартнёров иногда компенсируют друг друга. В результате происходит сокращение *ультрафиолетовых расходимостей*, характерных для несуперсимметричных теорий. Отметим нек-рые важные случаи такого сокращения. В суперсимметричных теориях энергия вакуума равна нулю. Это связано с тождественным обращением в нуль всех вакуумных петель. Обращаются в нуль также «головастики» — вклады диаграмм с одним внешним концом. Сокращаются квадратичные расходимости в массовых членах бозонов. Т. о., в суперсимметричных теориях все радиац. поправки к массам частиц могут расходиться только логарифмически.

Более детальное рассмотрение показало, что нек-рые суперсимметричные теории поля оказываются конечными, — в них вообще отсутствуют УФ-расходимости. Построен целый класс таких теорий.

Суперсимметричная квантовая механика. Алгебра супертрансляций и основанная на ней С. отражают специфику релятивистской квантовой теории. К этой области относится осн. масса работ и важнейшие результаты, связанные с С. Однако и в нек-рых др. областях науки методы С. также нашли плодотворное применение. Помимо алгебры супертрансляций (2), существует ряд др. супералгебр, на основе к-рых можно развивать суперсимметричные теории. Рассмотрим кратко простейшую из таких супералгебр

$$\tilde S=\{H,\ Q,\ Q^+\}, \qquad (17)$$

к-рая порождена одним чётным генератором H и двумя нечётными генераторами Q, Q^+. Генераторы связаны перестановочным соотношением

$$[Q,\ Q^+]_+ = H. \qquad (18)$$

Все остальные коммутаторы равны нулю.

На базе супералгебры (17) строятся разл. варианты суперсимметричной квантовой механики. Общая схема построения такова. Пространство *векторов состояний* системы разбивается в прямую сумму пространства бозонных и фермионных состояний. Удобно записывать вектор состояния в двухкомпонентной форме

$$\psi=\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_0\end{pmatrix}, \qquad (19)$$

где верхняя компонента представляет собой фермионное состояние, а нижняя — бозонное. Следует подчеркнуть, что разделение состояний на бозонные и фермионные носит условный характер и не связано с присутствием реальных бозонов и фермионов. Более того, нет к.-л. регулярного метода определения разбиения (19). Явный вид этого разбиения связан с конкретной задачей. Генераторы Q, действующие на векторы (19), задаются в матричной форме: