ду бозонами и фермионами и суперполя, «УФН», 1975, т. 117, в. 4, с. 637; 5) Весс Ю., Беггер Дж., Суперсимметрия и супергравитация, пер. с англ., М., 1986; 6) Gates S. J., jr., et al., Superspace or one thousand and one lessons in supersymmetry, Reading (Mass.), 1983; 7) Sokatchev E., Projection operators and supplementary conditions for superfields with arbitrary spin, «Nucl. Phys.», 1975, v. 99 B, p. 96; 8) Siegel W., Gates S. J., jr., Superprojectors, «Nucl. Phys.», 1981, v. 189 B, p. 295; Rittenberg V., Sokatchev E., Decomposition of extended superfields into irreducible representations of supersymmetry, «Nucl. Phys.», 1981, v. 193 B, p. 477; 9) Гальперин А., Иванов Е., Огиевецкий В., Грассманова аналитичность и расширение суперсимметрии, «Письма в ЖЭТФ», 1981, т. 33, с. 176; 10) Zumino B., Supersymmetry and Kähler manifolds, «Phys. Lett.», 1979, v. 87B, p. 203; 11) Siegel W., Roček M., On off-shell supermultiplets, «Phys. Lett.», 1981, v. 105B, p. 275; Rivelles V. O., Taylor J. G., Off-shell no-go theorems for higher dimensional supersymmetries and supergravities, «Phys. Lett.», 1983, v. 121B, p. 37; 12) Galperin A. [a. o.], Unconstrained $N=2$ matter, Yang—Mills and supergravity theories in harmonic superspace, «Class. Quant. Grav.», 1984, v. 1, p. 469; 13) Galperin A. [a. o.], Unconstrained off-shell $N=3$ supersymmetric Yang—Mills theory, «Class. Quant. Grav.», 1985, v. 2, p. 155; 14) Alvarez-Gaume L., Freedman D. Z., Geometrical structure and ultraviolet finiteness in the supersymmetric σ-model, «Commun. Math. Phys.», 1981, v. 80, p. 443.

Е. А. Иванов, В. И. Огиевецкий.

СУПЕРРЕШЁТКА — см. *Сверхрешётка.*

СУПЕРСИММЕ́ТРИ́Я — симметрия физ. системы, объединяющая состояния, подчиняющиеся разным статистикам — статистике Бозе—Эйнштейна (бозоны) и статистике Ферми—Дирака (фермионы). Принципиальные основы С. сформулированы в нач. 1970-х гг. в работах [1, 2, 3]. В последующие годы происходило бурное развитие разл. физ. теорий, основанных на С. Применение методов С. относится гл. обр. к квантовой теории поля (КТП), включая теорию квантованного гравитац. поля (см. *Супергравитация*) и теорию струн (см. *Суперструны*). Помимо КТП рассматривалось применение методов С. к нерелятивистской квантовой механике, а также к нек-рым др. разделам теоретич. физики. Прямым эксперим. подтверждением существования С. в природе было бы открытие т. н. суперпартнёров известных элементарных частиц (см. ниже). Такого подтверждения пока (1996) не получено.

Подобно др. типам симметрий, рассматриваемых в физике, С. формулируется в терминах нек-рой группы преобразований, действующих на состояния системы. В данном случае преобразования должны переводить фермионные состояния в бозонные и наоборот. Это придаёт С. своеобразные черты, не свойственные др. типам физ. симметрий, поскольку фермионные состояния отличаются от бозонных характером перестановочной симметрии (см. *Перестановочные соотношения*). Наиб. ясно это различие выявляется при *вторичном квантовании*, когда для построения полного набора состояний используются операторы рождения фермионов и бозонов. Отличие фермионов от бозонов проявляется в том, что операторы рождения бозонов коммутируют друг с другом, а также с операторами рождения фермионов, тогда как операторы рождения фермионов друг с другом антикоммутируют, т. е. при перестановке двух операторов их произведение меняет знак. Это формальное различие свойств операторов рождения влечёт за собой чрезвычайно глубокое различие в физ. свойствах систем, состоящих из бозонов, и систем, состоящих из фермионов.

Все известные физ. симметрии, кроме С., переводят фермионы в фермионы, а бозоны в бозоны, т. е. преобразования, описывающие эти симметрии, сохраняют характер перестановочной симметрии состояний. Преобразования С. меняют характер перестановочной симметрии — переводят коммутирующие величины в антикоммутирующие и наоборот. Для построения таких преобразований аппарат классич. групп Ли оказался недостаточным. Задача решается введением в теорию нового объекта — супергруппы, представляющей собой обобщение группы Ли.

Вторым важным моментом, определившим структуру С., является связь спина и статистики (см. *Паули теорема*). Отсюда следует, что спиновые характеристики состояний существ. образом включаются в структуру суперсимметричных теорий. Тем самым С. связывается с основными пространственно-временными симметриями физ. теорий.

Адекватным матем. аппаратом суперсимметричных теорий являются алгебра и анализ с коммутирующими и антикоммутирующими переменными. Этот раздел математики получил назв. суперматематики. Отсюда же возник термин «С.». Следует подчеркнуть, что приставка «супер» имеет чисто терминологич. характер и не несёт спец. смысловой нагрузки.

Супералгебры. Вместо группы Ли, описывающей симметрию физ. системы, в большинстве случаев достаточно рассмотреть более простой объект — соответствующую *Ли алгебру*, описывающую бесконечно малые преобразования симметрии. Элементы алгебры являются линейными комбинациями базисных элементов — генераторов. Обычно число генераторов конечно. Генераторы алгебры Ли образуют набор осн. физ. величин для системы, обладающей определ. симметрией.

В случае С. бесконечно малые преобразования образуют супералгебру Ли. Прежде чем дать определение супералгебры, необходимо ввести нек-рые общие матем. понятия, характерные для суперматематики. Осн. роль играет понятие чётности. Не давая общего аксиоматич. определения этого понятия, введём его в той форме, к-рая наилучшим образом приспособлена для построения адекватного языка в теории С. Рассмотрим ассоциативную алгебру A, порождённую образующими $a_1, a_2, ..., a_n$, $n=p+q$. Первые p образующих $a_1, ..., a_p$, по определению, являются чётными элементами алгебры, остальные q образующих $a_{p+1}, ..., a_{p+q}$ — нечётными. Т. о., первоначально чётность определяется только для образующих алгебры. На элементы общего вида чётность переносится с помощью след. правил. Умножение элемента алгебры на число не меняет чётности. Сумма двух чётных элементов является чётным элементом алгебры, а сумма двух нечётных элементов — нечётным. Произведение двух чётных элементов, а также произведение двух нечётных элементов является чётным, а произведение чётного и нечётного элементов — нечётным элементом алгебры. С помощью этих правил в алгебре A определяется класс чётных и класс нечётных элементов. Любой элемент алгебры A может быть единств. образом представлен в виде суммы чётного и нечётного элементов. Алгебра A, в к-рой определено понятие чётности, наз. градуированной алгеброй (точнее, Z_2-градуированной).

Определим теперь понятие супералгебры Ли. Осн. операцией является коммутатор $[x, y]$, соответствующим образом обобщённый на случай градуированной алгебры. Коммутатор $[x, y]$ определяется след. образом. Если элементы алгебры x и y имеют определ. чётность, то в случае, когда хотя бы один из элементов x, y чётный, коммутатор $[x, y]=xy-yx$. Если же оба элемента x и y нечётные, то коммутатор $[x, y]=xy+yx$. Для элементов общего вида, равных сумме чётного и нечётного элементов, коммутатор $[x, y]$ определяется из условия билинейности. Определённый так обобщённый коммутатор объединяет понятия коммутатора и антикоммутатора в обычном смысле.

Рассмотренная конструкция устанавливает связь супералгебры с градуированной алгеброй A, к-рая является обобщением связи обычной алгебры Ли с ассоциативной алгеброй. Обобщённые коммутаторы удовлетворяют определ. тождествам. Все необходимые соотношения легко выводятся с помощью осн. определений.

Практически важный класс супералгебр образуют супералгебры с конечным числом образующих $B_1, ..., B_N$. Обычно образующие B_k наз. генераторами. Заметим, что система генераторов B_k отнюдь не совпадает с системой образующих a_i ассоциативной алгебры A. В силу билинейности коммутатора достаточно определить значения коммутаторов для генераторов с помощью соотношений типа

$$[B_k, B_l]=C^m_{kl}B_m. \qquad (1)$$

В этом случае супералгебра определена заданием структурных констант C^m_{kl}.