Первоначально С. у. были предложены П. Ланжевеном (P. Langevin) для описания броуновского движения (см. *Ланжевена уравнение*). С. у. используют при изучении флуктуаций в радиотехн. устройствах и квантовых генераторах, при анализе вибраций, в теории связи и адаптивного управления, при исследовании распространения волн в случайно-неоднородных средах и т. д. Случайные процессы обычно описывают системой обыкновенных дифференц. С. у.

$$dx_\nu/dt = a_\nu(x,t) + b_{\nu\mu}(x,t)\xi_{\mu\nu}(t),$$

где a_ν, $b_{\nu\mu}$ — детерминиров. ф-ции, $\xi_{\mu\nu}$ — матрица случайных сил с известными статистич. характеристиками.

Методы анализа С. у. разбивают на 2 группы. Методы 1-й группы состоят в точном или приближённом решении дифференц. ур-ний и последующем вычислении статистич. характеристик найденных решений. В методах 2-й группы от С. у. переходят к ур-ниям для статистич. характеристик решений, а затем решают полученные детерминиров. ур-ния.

В методах 2-й группы возникает проблема замыкания ур-ний и расщепления корреляций. Напр., перейдём от С. у.

$$dx/dt = a(x) + b(x)\xi(t), \qquad t > s,\ x(s) = y, \tag{1}$$

к ур-нию для среднего $\langle x(t)\rangle$ (угл. скобки означают статистич. усреднение):

$$d\langle x\rangle/dt = \langle a(x)\rangle + \langle b(x)\xi(t)\rangle. \tag{2}$$

Это ур-ние может оказаться не замкнутым относительно $\langle x\rangle$ по двум причинам: 1) если $a(x)$ — нелинейная ф-ция, среднее $\langle a\rangle$ не выражается через $\langle x\rangle$; 2) среднее $\langle b\xi\rangle$ определяется совм. статистич. свойствами $x(t)$ и $\xi(t)$. При расщеплении средних типа $\langle\varphi(x)\xi\rangle$ применяют теорию возмущений по малому параметру $\alpha = \tau_\xi/\tau_x$, где τ_ξ — время корреляции $\xi(t)$, τ_x — характерный масштаб $x(t)$. Если $x(t)$ — решение С. у. (1), а $\xi(t)$ — гауссов *белый шум* с корреляц. ф-цией, пропорциональной δ-функции,

$$\langle\xi(t)\xi(t+\tau)\rangle = D\delta(\tau),$$

т. е. $\alpha = 0$, то справедлива точная ф-ла расщепления

$$\langle\varphi(x(t))\xi(t)\rangle = D\langle b(b\varphi)'\rangle/2.$$

В этом случае ур-ние (2) принимает вид:

$$d\langle x\rangle/dt = \langle a\rangle + D\langle bb'\rangle/2, \qquad t > s,\ \langle x(s)\rangle = y. \tag{3}$$

В случае линейных С. у. подобное расщепление приводит к замкнутым ур-ниям для *моментов*. Напр., если в С. у. (1) $a = ax$, $b = bx$, то ур-ние (3) замыкается:

$$d\langle x\rangle/dt = [a + Db^2/2]\langle x\rangle.$$

Если С. у. нелинейно, то моменты его решения удовлетворяют бесконечной цепочке зацепляющихся ур-ний, при обрывании к-рой используют дополнит. приближения.

Для исследования статистич. свойств нелинейных С. у. типа (1) удобен аппарат *марковских случайных процессов*. Так, если $\xi(t)$ — гауссов белый шум, то решение С. у. представляет собой непрерывный марковский (диффузионный) процесс, плотность вероятности переходов к-рого удовлетворяет *Фоккера — Планка уравнению*. Плотность вероятности переходов для скачкообразных марковских процессов удовлетворяет интегродифференциальному *Колмогорова — Феллера уравнению*. Можно аппроксимировать случайные воздействия марковскими процессами, напр. считать, что в С. у. (1) $\xi(t)$ — случайный процесс, удовлетворяющий С. у.:

$$d\xi/dt + h\xi = \eta(t),\ \xi(s) = \xi,$$

где $\eta(t)$ — гауссов белый шум. При этом совокупность $\{x(t),\ \xi(t)\}$ образует двумерный марковский процесс, совместная плотность вероятности переходов к-рого удовлетворяет двумерному ур-нию Фоккера — Планка.

Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах, напр. в турбулентной атмосфере, ионосфере, межзвёздной плазме и т. д., описывается С. у. с частными производными. Примером служит *Гельмгольца уравнение* для стохастич. *Грина функции*:

$$\Delta G + k^2(1+\varepsilon(\mathbf{r}))G = \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0), \tag{4}$$

где $\varepsilon(\mathbf{r})$ — случайное поле неоднородностей среды, k — волновое число. Мн. методы исследования с помощью (4) статистики *случайных волн* опираются на анализ рядов теории возмущений по ε:

$$G(\mathbf{r},\mathbf{r}_0) = G_0(\mathbf{r},\mathbf{r}_0) - k^2\int G_0(\mathbf{r},\mathbf{r}_1)\varepsilon(\mathbf{r}_1)G_0(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_0)d\mathbf{r}_1 + \ldots, \tag{5}$$

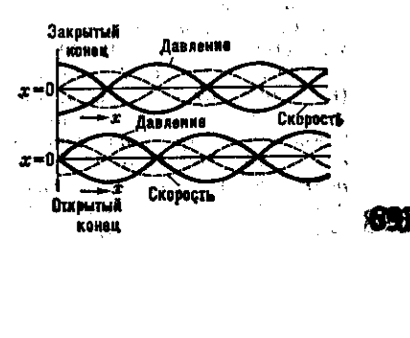
где G_0 — невозмущённая ф-ция Грина. Если рассеяние волны на случайных неоднородностях среды невелико, то пользуются борновским приближением (приближением однократного рассеяния), удерживая в правой части (5) лишь два первых слагаемых. Если рассеяние существенно многократное, то при расчёте статистич. характеристик волны и выводе приближённых замкнутых ур-ний для ср. поля $\langle G\rangle$, ф-ции когерентности и т. д. производят селективное суммирование ряда теории возмущений, используя *Фейнмана диаграммы*.

При анализе распространения и рассеяния волн в случайно-неоднородных средах применяют и методы, основанные на переходе от исходных С. у. к более простым. Сюда относятся, в частности, *геометрической оптики метод*, *параболического уравнения приближение*, *плавных возмущений метод*, приближение случайного фазового экрана, переход к ур-нию *переноса излучения*.

Лит.: Введение в статистическую радиофизику, ч. 1 — Рытов С. М., Случайные процессы, М., 1976; ч. 2 — Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И., Случайные поля, М., 1978; Справочник по теории вероятностей и математической статистике, 2 изд., М., 1985; Кляцкин В. И., Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах, М., 1980.

А. Н. Малахов, А. И. Саичев.

СТОЯЧАЯ ВОЛНА — периодическое или квазипериодическое во времени синфазное колебание с характерным пространственным распределением амплитуды — чередованием узлов (нулей) и пучностей (максимумов). В линейных системах С. в. может быть представлена как сумма двух бегущих волн равной амплитуды, распространяющихся навстречу друг другу, и наоборот — любая бегущая волна составляет суперпозицию двух С. в. равной амплитуды, сдвинутых по фазе на четверть периода. Простейший пример С. в. — плоская звуковая С. в. внутри заполненной воздухом трубы (напр., органной) при закрытом (с идеально твёрдой стенкой) и открытом (но неизлучающим) концах (рис.). На твёрдой стенке образуются узел скорости и пучность перепада давления, на открытом конце скорость максимальна, а перепад давления отсутст-



Распределение давлений и скоростей в стоячей волне при открытом и закрытом концах не излучающей звук трубы.