$dpdq = dp_1dq_1 \ldots dp_N dq_N$ — элемент объёма фазового пространства, множитель $1/N!$ связан с тождественностью частиц, множитель h^{-3N} связан с тем, что наим. размер ячейки в фазовом пространстве равен h, если рассматривать С. и. как предел *статистической суммы* при переходе от квантовой механики к классической. С. и. наз. также интегралом состояний.

С. и. связан со свободной энергией системы (*Гельмгольца энергией*) соотношением $F = -kT\ln Z$, к-рое является одним из основных в статистич. физике, т. к. позволяет вычислить F как ф-цию темп-ры, объёма и числа частиц в зависимости от закона взаимодействия между частицами, а следовательно вычислить и др. *потенциалы термодинамические*.

Интегрирование по импульсам в С. и. легко выполняется, в результате С. и. сводится к конфигурационному интегралу по $3N$ координатам:

$$Z=(V^N/N!\Lambda^{3N})\int dq \exp\left\{-\sum_{i<j}\Phi(|q_i-q_j|)/kT\right\},$$

где $\Lambda = h(2\pi mkT)^{-1/2}$ — длина волны де Бройля, соответствующая энергии kT. Для идеального газа $Z = V^N/N!\Lambda^{3N}$. В квантовой механике координаты и импульсы являются некоммутирующими операторами и подобное упрощение статистич. суммы невозможно. Вычисление С. и.— одна из осн. задач статистич. физики классич. систем (см., напр., *Вириальное разложение*).

Лит.: Майер Дж., Гепперт-Майер М., Статистическая механика, пер. с англ., 2 изд., М., 1980, гл. 8; Хилл Т., Статистическая механика, пер. с англ., М., 1960, гл. 5; Леонтович М. А., Введение в термодинамику. Статистическая физика, М., 1983. *Д. Н. Зубарев.*

СТАТИСТИ́ЧЕСКИЙ КРИТЕ́РИЙ — определяющие правила, согласно к-рым по результатам наблюдений принимается решение в задаче *статистической проверки гипотез*. С. к. строится следующим образом. Выбирается проверочная статистика $X(x|H_0)$ — ф-ция данных наблюдений x и проверяемой гипотезы H_0. Пространство Ω всех возможных значений X разбивается на две области — критическую ω и допустимую $\Omega - \omega$. Если реализовавшееся в эксперименте значение проверочной статистики X попадает в критич. область ω, то гипотеза H_0 отвергается, в противном случае гипотеза H_0 считается непротиворечащей результатам эксперимента и принимается. Размер критич. области ω выбирается таким, чтобы вероятность отвергнуть гипотезу, когда она верна, т. е. величина $\alpha = P(X \in \omega|H_0)$, была бы малой. Величину α наз. уровнем значимости данного критерия или ошибкой 1-го рода.

В тех случаях, когда есть только одна гипотеза H_0, т. е. стоит задача подтверждения или опровержения H_0, используемые критерии наз. критериями согласия. Для данных, сгруппированных в *гистограмму*, наиб. популярными являются следующие два критерия.

χ^2 — критерий Пирсона. Как известно, ф-ция плотности вероятности мультиноминального *распределения*, к-рому подчиняются числа событий в бинах (каналах) гистограммы, в асимптотике по числу событий сходится к ф-ции плотности вероятности нормального распределения. Это позволяет показать, что статистика

$$X(n|H_0)=\sum_{i=1}^{k}(n_i-Np_i)^2/Np_i, \qquad (1)$$

где n_i — число событий в i-м бине гистограммы, k — число бинов, N — полное число событий, p_i — вероятность попадания события в i-й бин, согласно гипотезе H_0, распределена по χ^2-распределению с $k-1$ степенями свободы. Выбирая (1) в качестве проверочной статистики и критич. область $X_c \leqslant X < \infty$, получаем χ^2-критерий Пирсона с уровнем значимости

$$\alpha=\int_{X_c}^{\infty} dX P_{\chi^2}(X).$$

Критерий серий использует информацию о знаках разностей $n_i - Np_i$, к-рая теряется в χ^2-критерии. Если гипотеза H_0 полностью определена (простая гипотеза), то критерий серий не зависит от χ^2-критерия для той же самой гистограммы и несёт независимую дополнит. информацию. Назовём серией последовательность отклонений $n_i - Np_i$ одного знака. Если гипотеза H_0 верна, то оба вида знаков отклонений равновероятны. Это позволяет вычислить распределение вероятности для числа серий R. Выбирая в качестве проверочной статистики величину R и в качестве критич. области $R \leqslant R_c$ при $P(R \leqslant R_c) = \alpha$, получим критерий серий с уровнем значимости α.

Более эфф. критериями проверки гипотезы H_0 являются критерии, предложенные Н. В. Смирновым и А. Н. Колмогоровым. Они используют в качестве проверочных статистик разл. «расстояния» между экспериментальной (выборочной) ф-цией распределения

$$F_N(x)=\begin{cases} 0, & x<x_1 \\ n/N, & x_n \leqslant x < x_{n+1} \\ 1, & x \geqslant x_N \end{cases}$$

и ф-цией распределения $F_0(x)$, отвечающей гипотезе H_0.

Критерий Смирнова — Крамера — Мизеса в качестве проверочной статистики использует ф-цию

$$NW^2=N\int dx[F_N(x)-F_0(x)]^2 f(x),$$

где $f(x)$ — плотность ф-ции распределения $F_0(x)$. Н. В. Смирновым вычислена плотность распределения вероятности величины NW^2 в асимптотич. пределе $N \to \infty$.

Критерий Колмогорова использует в качестве проверочной статистики ф-цию

$$\sqrt{N}\,D_N=\sqrt{N}\max|F_N(x)-F_0(x)|,$$

асимптотич. распределение к-рой было получено Колмогоровым. Численные значения ф-ций распределения NW^2 и $\sqrt{N}D_N$ можно найти в [1]. Др. критерии проверки гипотезы H_0 можно найти в [1—3].

Пусть теперь кроме гипотезы H_0 есть альтернативная простая гипотеза H_1 и стоит задача выбора одной из них на основании вектора измерений x. В этом случае вводится величина, называемая мощностью критерия, к-рая определяется как вероятность $1-\beta$ попадания X в критич. область ω, когда верна гипотеза H_1, т. е. $1-\beta = P(X \in \omega|H_1)$. Мощность прямо связана с вероятностью принятия ложной гипотезы (ошибка 2-го рода): $\beta = P(X \in \Omega - \omega|H_1)$. Мощность позволяет сравнивать критерии между собой: наилучшим критерием для сравнения H_0 и H_1 с данным уровнем значимости α служит критерий с макс. мощностью. Задачу поиска наиб. мощного критерия можно свести к задаче нахождения наилучшей критич. области в X-пространстве. Решением последней задачи является критерий Неймана — Пирсона: если $l_N(x|H_0,H_1) > C_\alpha$, то принимается H_1; если $l_N(x|H_0,H_1) \leqslant C_\alpha$, то принимается H_0. Здесь $l_N(x|H_0,H_1) = f_N(x|H_1)/f_N(x|H_0)$ — отношение правдоподобия, $f_N(x|H_i)$ — ф-ция плотности вероятности x, если справедлива гипотеза H_i, а C_α выбрано таким образом, чтобы выполнялось условие $\int_\omega dx f_N(x|H_0) = \alpha$. Область ω состоит из тех точек пространства Ω, в к-рых $l_N(x|H_0,H_1)$ принимает наиб. значения.

Критерий наз. состоятельным, если

$$\lim_{N\to\infty} P(x \in \omega|H_1)=1,$$

т. е. если критерий с ростом числа наблюдений всё