

**Спинор в  $M^4$ .** Два простейших неприводимых (полуспинорных) представления  $SO(3, 1)$  двумерны и обозначаются столбцами  $\xi^\alpha$  и  $\xi^a$  соответственно с непунктирными и с пунктирными индексами. При пространственных поворотах  $\xi^a$  преобразуются (как и С. в  $R^3$ ) с помощью матрицы (2), а при специальных Лоренца преобразованиях — гиперболич. поворотах на угол  $\varphi$  в плоскости  $(x_0, n)$  — с помощью матрицы  $h$ :

$$h(n, \varphi) = \begin{pmatrix} \text{ch}(\varphi/2) & -n(\sigma)\text{sh}(\varphi/2) \\ n(\sigma)\text{sh}(\varphi/2) & \text{ch}(\varphi/2) \end{pmatrix}.$$

Пунктирные С.,  $\xi^a$ , преобразуются с помощью комплексно сопряжённых матриц  $g^*$  и  $h^*$  соответственно.

Кососимметрическая матрица  $\varepsilon_{ab}$  позволяет определить компоненты пунктирных С. При пространственной инверсии  $(x_0, x) \rightarrow (x_0, -x)$  пунктирующий и непунктирный С. переходят друг в друга:  $\xi^a \rightarrow i\xi_a$ ,  $\xi^a \rightarrow i\xi^a$ .

Включение инверсий означает переход от собств. группы Лоренца  $SO(3, 1)$  к группе Лоренца  $O(3, 1)$ . Поэтому простейшее спинорное представление  $O(3, 1)$  четырёхмерно и образовано биспинором  $\xi_a \otimes \xi_a$  ( $\otimes$  — знак тензорного произведения), обычно записываемым в виде столбца:

$$\psi = \begin{pmatrix} \xi^a \\ \xi_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix}.$$

Инвариантные и ковариантные билинейные формы в пространстве биспиноров строятся с помощью Дирака матриц  $\gamma^a$ ,  $a = 0, 1, 2, 3$ ,  $\gamma^0 = \gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$  и определения дираковского сопряжения  $\bar{\psi}_d = \psi^+\gamma^0$  ( $+$  — означает эрмитово сопряжение). Так, формы  $\bar{\psi}\psi$ ,  $\bar{\psi}\gamma^5\psi$ ,  $\bar{\psi}\gamma^a\psi$  — есть соответственно скаляр, псевдоскаляр и 4-вектор относительно преобразований из  $O(3, 1)$ .

Помимо дираковского вводят майорановское сопряжение  $\bar{\psi}_m = \psi^T C$  ( $T$  — означает транспонирование), где  $C$  — матрица зарядового сопряжения. Майорановским С. наз. С., для к-рого  $\bar{\psi}_m$  пропорционален  $\psi_d$  (множитель пропорциональности зависит от представления матриц Дирака); в частности, в майорановском представлении (где  $\gamma^a$  и  $\sigma^a = [\gamma^a, \gamma^b]$  вещественны) компоненты майорановского С. вещественны.

Вейлевским С. наз. С., удовлетворяющий соотношению  $\psi_+ = (1/2)(I + \gamma^5)\psi_+$  или  $\psi_- = (1/2)(I - \gamma^5)\psi_-$ , где  $I$  — единичная матрица (соответственно правый и левый С.). Число его компонент также вдвое меньше обычного; он используется в теориях с киральной симметрией.

В пространстве биспиноров можно задать линейное релятивистски инвариантное ур-ние, описывающее частицы со спином  $1/2$  (спинорные частицы), с ненулевой массой — Дирака уравнение, с нулевой массой — Вейля уравнение.

С., связанные с многомерными пространствами, находят применение в теории тяготения, Калуца — Клейна теории, теории суперструн и т. д. Многообещающие применения теории С. связаны с теорией твисторов.

**Спинорные многообразия.** Глобально спинорное поле можно задать не на любом многомерном пространстве. Существование таких пространств (спинорных многообразий, см. Расслоение) определяется топологич. инвариантами.

Первые упоминания двузначной природы группы вращений восходят к Л. Эйлеру (L. Euler) (параметризации группы вращений углами Эйлера). В работах О. Родригеса (O. Rodrigues), У. Гамильтона (W. Hamilton), А. Кэли (A. Cayley), У. Клиффорда (W. Clifford) и др. были получены важные результаты, нашедшие естеств. продолжение в рамках теории С. Построение спинорных представлений в инфинитезимальной

форме проведено Э. Картаном (E. Cartan, 1913). Дальнейшее развитие теории С. инициировалось открытием спина электрона (1925) и появлением ур-ний П. Дирака (P. Dirac) и Г. Вейля (H. Weyl). Спинорное исчисление было построено в работах Б. Ван-дер-Вардена (B. van der Waerden) и др. Термин «С.» предложен П. Эренфестом (P. Ehrenfest, 1929).

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Квантовая механика, 4 изд., М., 1989; Гельфанд И. М., Минковский Р. А., Шапиро З. Я., Представления группы вращений и группы Лоренца и их применения, М., 1958; Ван дер Варден Б., Принцип запрета и спин, в кн.: Теоретическая физика 20 века, М., 1962; Берестейский В. Б., Лифшиц Е. М., Питалевский Л. П., Релятивистская квантовая теория, ч. 1, М., 1968; Дирак П., Спиноры в гильбертовом пространстве, пер. с англ., М., 1978; Пекруэз Р., Ридлэр В., Спиноры и пространство-время, пер. с англ., [т. 1], М., 1987; [т. 2] — Спиноры и пространство-время. Спинорные и твисторные методы в геометрии пространства-времени, пер. с англ., М., 1988; Budinich P., Гаутман А., The spinorial chessboard, Springer, N. Y. M. И. Момастырский.

**СПИН-ОРБИТАЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ** — взаимодействие частиц, зависящее от величин и взаимной ориентации их орбитального и спинового моментов кол-ва движения и приводящее к т. н. тонкому (мультиплетному) расщеплению уровней энергии системы (см. Тонкая структура). С.-о. в. — релятивистский эффект; формально оно получается, если энергию быстро движущихся во внеш. поле частиц находить с точностью до  $v^2/c^2$ , где  $v$  — скорость частицы.

Наглядное физ. истолкование С.-о. в. можно получить, рассматривая, напр., движение электрона в атоме водорода. Электрон обладает собств. моментом кол-ва движения — спином, с к-рым связан спиновый магн. момент. Электрон движется вокруг ядра по нек-рой «орбите» (примем этот полуклассич. образ). Обладающее электрич. зарядом ядро создаёт кулоновское электрич. поле, к-рое должно оказывать воздействие на спиновый магн. момент движущегося по «орбите» электрона. В этом можно убедиться, если мысленно перейти в систему отсчёта, в к-рой электрон покоятся (т. е. в систему, движущуюся вместе с электроном). В этой системе отсчёта ядру будет двигаться и как любой движущийся заряд порождать магн. поле  $H$ , к-рое будет воздействовать на магн. момент  $\mu$  электрона. Электрон получит дополнит. энергию  $\Delta E$ , обусловленную этим взаимодействием и зависящую от ориентации  $\mu$ :  $\Delta E = -\mu H = -\mu_H H$ . Т. к. проекция  $\mu_H$  магн. момента  $\mu$  на направление  $H$  может принимать два значения ( $\pm 1/2$ , в единицах  $\hbar$ ), то С.-о. в. приводит к расщеплению уровней энергии в атоме водорода (и водородоподобных атомах) на два близких подуровня — к дублетной структуре уровней. У многоэлектронных атомов картина тонкого расщепления уровней энергии оказывается более сложной. Атомы щелочных металлов, у к-рых полный спин электронов равен  $1/2$ , также обладают дублетной структурой уровней энергии.

С.-о. в. существует и у нейтральных частиц, напр. у нейтронов, имеющих орбитальный и спиновый механич. моменты. Весьма существенно С.-о. в. в атомных ядрах, вклад к-рого в полную энергию взаимодействия велик (достигает 10%).

В. И. Григорьев.

**СПИНОРНАЯ ЧАСТИЦА** — частица с полуцелым спином. Часть под С. ч. понимают частицу со спином  $1/2$  (электрон, протон, кварк и т. д.). В квантовой механике волновая функция С. ч. подчиняется Дирака уравнению или (для частиц с нулевой массой) Вейля уравнению. В квантовой теории поля С. ч. является квантом спинорного поля.

**СПИНОРНОЕ ПОЛЕ** — набор физ. полей, преобразующихся в каждой точке пространства-времени при пространственных поворотах системы координат по представлениям группы вращения с полуцелым индексом (см. Вращающиеся группы). Квантами С. п. в квантовой теории поля являются спинорные частицы.

**СПИН-СПИНОВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ** — магн. взаимодействие между спиновыми магн. моментами эле-