

цальные операторы. Для таких операторов понятие С. ф. обобщается в т. н. спектральном разложении. Рассмотрим спектр оператора $A, \sigma(A) \subset \mathbb{C}$. Если число $\lambda \in \sigma(A)$, то резольвента оператора $A, R(\lambda) = (\lambda I - A)^{-1}$, сингулярна на \mathcal{H} . Все собств. значения A окажутся особыми точками $R(\lambda)$ [поскольку в них найдётся $f_\lambda(x) \in \mathcal{H}$ такая, что $(\lambda I - A)f_\lambda = 0$ и обратного оператора на всём \mathcal{H} не существует]. Но помимо таких особенностей у $R(\lambda)$ будут и др. особые точки $\lambda \in \sigma(A)$, в к-рых оператор $R(\lambda)$ определён, но неограничен. Спектральная теорема утверждает, что всякий самосопряжённый оператор A допускает спектральное разложение вида

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda dE_\lambda.$$

Здесь E_λ — ортогональное семейство проекционных операторов, проектирующих на подпространство ф-ций f из $L^2(\Omega, d\mu)$ таких, что $\langle f, Af \rangle \leq \lambda \langle f, f \rangle$. Для самосопряжённого оператора A , ядро к-рого допускает разложение (*) по С. ф. $\{\varphi_k(x)\}$, E_λ будут интегральными операторами с ядром (спектральным)

$$E_\lambda(x, y) = \sum_{\lambda_k \in]-\infty, \lambda]} \varphi_{n_k}^*(x) \varphi_{n_k}(y).$$

Рассмотрим спектральное разложение оператора импульса $P = (1/i)d/dx$, действующего на прямой (см. *Операторы*). Его С. ф. e^{ikx} не принадлежит пространству $L^2(]-\infty, +\infty[)$ (хотя могут быть аппроксимированы ф-циями из L^2 на любом конечном отрезке). Всякий оператор $(P + rI)^{-1}$ будет неограничен для любого вещественного r ; т. о., спектр $\sigma(P) = \mathbb{R}$.

Для того чтобы построить спектральное разложение самосопряжённого оператора A , можно найти унитарное преобразование U пространства ф-ций \mathcal{H} и набор мер $\{\mu_n\}_{n=1}^N$ ($N = 1, 2, \dots, \infty$) (наличие целого набора спектральных мер вместо одной обобщает понятие кратности собств. значения λ), таких, что

$$U: \mathcal{H} \rightarrow \bigoplus_{n=1}^N L^2(\mathbb{R}, d\mu_n),$$

т. е. оператор U переводит всё пространство ф-ций \mathcal{H} в набор подпространств, внутри каждого из к-рых оператор A действует как оператор умножения:

$$(UAU^{-1}\psi)_n(\lambda) = \lambda \psi_n(\lambda).$$

Для оператора импульса P таким унитарным преобразованием будет *Фурье преобразование*:

$$(Uf)(k) = (2\pi)^{-1/2} \int f(x) \exp(-ikx) dx.$$

Тогда

$$U\left(\frac{1}{i} \frac{d}{dx} f\right)(k) = k(Uf)(k),$$

а фурье-образом проекционного оператора $E_\lambda(x, y)$ будет оператор умножения на ф-цию $E_\lambda(k) = \theta(\lambda - k)$, ($\theta(k) = 1, k \geq 0; \theta(k) = 0, k < 0$):

$$U(E_\lambda f)(k) = \theta(\lambda - k)(Uf)(k).$$

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, 4 изд., М., 1989; Рисс Ф., Секефальви-Надь Б., *Лекции по функциональному анализу*, пер. с франц., М., 1954; Иосида К., *Функциональный анализ*, пер. с англ., М., 1967; Рид М., Саймон Б., *Методы современной математической физики*, пер. с англ., т. 1 — *Функциональный анализ*, М., 1977; *Математическая энциклопедия*, т. 5, М., 1985. Л. О. Чехов.

СОБСТВЕННЫЙ ВЕКТОР оператора A — ненулевой вектор из *векторного пространства* L , к-рый переводится данным оператором в пропорциональный ему вектор, т. е.

$$Ax = \lambda x,$$

где вещественное либо комплексное число λ наз. *собственным значением* оператора A . С. в. операторов, действующих в функциональном пространстве, наз. *собственными функциями*.

Для *линейного оператора* A множество L_λ всех С. в., отвечающих одному и тому же собств. значению λ , образует линейное подпространство, к-рое наз. собств. подпространством A . Если пространство L конечномерно (n -мерно), а матрица преобразования A эрмитова, то у неё имеется ровно n различных С. в., отвечающих вещественным собств. значениям.

Наличие С. в. у операторов в бесконечномерных пространствах — явление довольно редкое, хотя для физ. приложений существенно, что операторы спец. классов (интегральные, дифференциальные и т. п.) часто обладают обширными наборами С. в. Наиб. важным для физики бесконечномерным векторным пространством является пространство l^2 векторов f, g вида (a_1, a_2, \dots) ,

$$(b_1, b_2, \dots)$$
 со скалярным произведением $(f, g) = \sum_{k=1}^{\infty} \bar{a}_k b_k$

(черта означает комплексное сопряжение) и соответствующей конечной нормой $\|f\|^2 = (f, f) < \infty$. Это пространство изоморфно пространству квадратично интегрируемых ф-ций $L^2(]-\infty, +\infty[)$ и обладает всеми свойствами последнего.

В конечномерных пространствах, наоборот, у всякой n -мерной матрицы A имеется хотя бы один С. в., отвечающий λ , а если к тому же матрица A невырождена, $\det A \neq 0$, то у такой матрицы найдутся ровно n разл. комплексных С. в. Это справедливо, в частности, для унитарных конечномерных матриц $A (A^+ = A^{-1})$. В физ. приложениях часто возникает необходимость разложить произвольный вектор в сумму по С. в. заданной эрмитовой матрицы A [напр., привести к диагональному виду симметричную квадратичную форму (xAx)]. Эта задача решается переходом с помощью унитарного преобразования к *базису*, составленному из С. в. матрицы A . В этом базисе действие оператора A сводится к умножению каждого базисного вектора на соответствующее ему собств. значение λ . В бесконечномерном случае аналогом этой процедуры диагонализации является т. н. спектральное разложение.

Лит. см. при ст. *Собственные функции*. Л. О. Чехов.

СОВЕРШЕННЫЙ ГАЗ в гидроаэромеханике — газ, параметры к-рого удовлетворяют Клайперона уравнению $P = \rho/\mu(R, T)$ (P — давление, ρ — плотность, R — газовая постоянная, μ — молярная масса). С. г. имеет постоянные уд. теплоёмкости при постоянном объёме давлений (соотв. C_V и C_P). В термодинамике такой газ наз. *идеальным газом*; в гидроаэромеханике и *газовой динамике* под идеальным газом понимают газ, в к-ром отсутствует вязкость и теплопроводность (см. *Идеальная жидкость*). Модель С. г. удовлетворительно описывает поведение реальных газов и газовых смесей (напр., воздуха) в ограниченном диапазоне изменения P и T и широко используется при расчётно-теоретич. исследованиях течения газов.

С. Л. Вишневецкий.

СОВПАДЕНИЙ МЕТОД — эксперим. метод физики элементарных частиц и ядерной физики, основанный на регистрации неск. событий (рождение и распад частиц, пролёт их через *детектор* и др.), совпадающих во времени или разделённых фиксиров. промежутками времени. Примером может служить регистрация пролёта частицы через неск. детекторов — сцинтилляционных, газоразрядных и др. (рис. 1). Сигналы, поступающие от детекторов D_1, D_2, \dots, D_n , предварительно проходят через линии задержки ЛЗ, позволяющие регулировать времена появления сигнала на их выходе. Затем импульсы формируются по амплитуде и длительности в формирователях Ф или только по амплитуде в дискриминаторах ДИ поступают на схему совпадений СС, к-рая срабаты-