Интуитивно Р. можно представить как объединение слоёв $p^{-1}(x)$, $x \in B$, параметризованных точками базы и «склеенных» под действием группы преобразований слоёв G (или более общо — топологией пространства E). Если действие G тривиально, то получаем тривиальное Р.

Можно выделить два наиб. важных класса Р.

Векторные расслоения. Векторными Р. наз. Р. ξ^n, у к-рых слой есть *векторное пространство* Q, а группа G действует как подгруппа $GL(n, Q)$ группы всех линейных преобразований Q. Наиб. существ. примерами являются вещественные Р., $Q = R^n$, $G = O(n) \subset GL(n, R)$, и комплексные Р., $Q = \mathbb{C}^n$, $G = U(n) \subset GL(n, \mathbb{C})$. На векторных Р. вводятся алгебраич. операции, характерные для векторных пространств,— тензорное произведение Р. и операция сложения, требующая более тонких рассмотрений и называемая в теории Р. операцией Уитни.

Пример. Множество всех касательных векторов к двумерной поверхности M^2 образует двумерное векторное Р. (касательное Р.) $\xi^2 = TM^2$. Векторное поле на M^2 определяет сечение в Р. TM^2. Классич. теорема Пуанкаре утверждает, что единственное замкнутое многообразие M^2, допускающее гладкое касательное поле без особенностей на M^2, — тор T^2. Нетрудно доказать, что теорема Пуанкаре включает следующее утверждение: только касательное Р. к T^2 есть прямое произведение.

Главные расслоения. Р. ξ наз. главным, если слой Р. совпадает с группой G.

Пример. Рассмотрим тройку $\xi = (G, H, G/H)$. Здесь G — группа Ли, H — замкнутая подгруппа, G/H — фактор-пространство. Можно показать, что ξ является Р. с базой G/H, слоем H и пространством Р. G,

$$p: G \xrightarrow{H} G/H.$$

В частности, если $G = SO(n)$, а $H = SO(n-1)$, то $G/H = S^{n-1}$.

Р. можно построить и в более общем случае $G \supset H \supset H_1$. Здесь H и H_1— замкнутые подгруппы в G и H соответственно. Тройка $(G/H_0, H_1/H_0, G/H)$ является Р. (H_0 — наиб. нормальный делитель группы H, принадлежащий H_1). Наиб. важный пример Р. этого типа: $SO(n) \xrightarrow{SO(n-k)} SO(n)/SO(n-k)$. Это Р. наз. пучком сфер. Базой является пространство ортонормированных k-реперов в n-мерном пространстве Штифеля. Аналогично можно рассмотреть Р. с базой комплексного пространства Штифеля: $SU(n)/SU(n-k)$.

Р. с дискретным слоем F наз. накрытием. Напр., вещественная прямая R^1 служит накрытием над окружностью S^1, $R^1 \to S^1$, слой $F = Z$.

Расслоение Хопфа. Классич. расслоение Хопфа задаётся отображением $p: S^3 \to S^2$, а слой $F = G = S^1$. Определим S^3 как множество пар комплексных чисел (z_1, z_2) с условием $|z_1|^2 + |z_2|^2 = 1$. Поставим в соответствие паре (z_1, z_2) число $w = z_1/z_2$. Если $z_2 = 0$, то положим $w = \infty$. Множество $\{w\}$ образует пополненную бесконечно удалённой точкой комплексную плоскость $\mathbb{C} \cup \infty \sim S^2$. Т. к. точки $(z_1', z_2') = (\exp(i\varphi)z_1, \exp(i\varphi)z_2)$ и (z_1, z_2) отображаются в одну и ту же точку w, то слой $F = S^1$. С классич. расслоением Хопфа и его обобщениями связаны фундам. достижения в математике. Напр., доказано, что существование только четырёх алгебр с делением эквивалентно утверждению о существовании только четырёх главных Р. вида $S^n \xrightarrow{G} S^k$: $S^1 \to S^1$, $S^3 \xrightarrow{S^1} S^2$, $S^7 \xrightarrow{S^3} S^4$, $S^{15} \xrightarrow{S^7} S^8$. В физике расслоение Хопфа возникает при описании монополя Дирака.

В топологии разработаны спец. конструкции, позволяющие детально изучать глобальные характеристики расслоённых пространств. Осн. аппаратом является теория характеристич. классов.

Расслоение в физике. Теория Р. находит применение в ряде разделов теории поля, теории конденсиров. сред и гравитации. Наиб. интересны применения теории Р. в теории калибровочных полей, где Р. являются геом. конструкцией, адекватной идее калибровочного поля; точнее, калибровочное поле есть *связность* в главном Р. со структурной группой G, определяющей калибровочные преобразования. Напр., в классич. электродинамике группа $G \sim U(1)$, а в теории Янга — Миллса G — полупростая группа Ли [$G = SO(2)$, $SU(2) \times U(1)$ и т. п.].

Фундам. вопросы теории калибровочных полей допускают геом. формулировку. Напр., согласно физ. принципу относительности, реальной физ. конфигурации отвечает класс калибровочно эквивалентных конфигураций. Условие выбора однозначного представителя в каждом классе эквивалентных конфигураций, необходимое при вычислении континуальных интегралов, эквивалентно построению сечения в соответствующем Р. Можно показать, что локально такие сечения всегда существуют. Однако глобальных сечений (калибровок) построить нельзя. Этот важный результат (грибовские неоднозначности) следует из чисто топологич. рассмотрений [теорема И. М. Зингера (I. M. Singer)]. При доказательстве теоремы Зингера используется техника бесконечномерных Р.

Ряд важных физ. явлений допускает геом. интерпретацию, использующую понятие редукции Р. Напр., теорию Максвелла рассматривают над физ. пространством Минковского — M^4. Поля Максвелла определены над топологически тривиальным (стягиваемым) пространством. Если же включить в теорию *магнитные монополи* (частицы с магн. зарядом, заданные в фиксиров. точках пространства M^4), то получим поля Максвелла над нестягиваемым пространством, напр. над S^2 (при наличии одного монополя). Др. пример редукции Р. связан с возможностью построения спец. классов полей и тем самым ур-ний на *многообразиях*. Многообразие наз. спинорным (обладает спинорной структурой), если структурная группа его касательного Р. может быть редуцирована от группы $SO(n)$ к $Spin(n)$. Необходимым и достаточным условием этого является обращение в нуль топологич. инварианта (характеристич. класса), т. н. 2-го класса Штифеля — Уитни w_2. Напр., комплексное проективное пространство $\mathbb{C}P^n$ имеет спинорную структуру только при нечётном n. Наличие спинорной структуры позволяет ввести на многообразии аналог *Дирака уравнения*. К изучению ур-ний Дирака на n-мерных Р. приводят совр. проблемы *аномалий* в квантовой теории, разл. модификации теоремы об индексе Атьи — Зингера и т. п.

Новые приложения теория Р. получила в теории гравитации. Хотя гравитац. поле и не представляется в виде калибровочного поля (по типу эл.-магн. поля или поля Янга — Миллса), использование спец. класса Р.— *твисторов* Пенроуза позволяет продвинуться в решении совр. проблем квантовой гравитации.

Лит.: Стинрод Н., Топология косых произведений, пер. с англ., М., 1953; Славнов А. А., Фаддеев Л. Д., Введение в квантовую теорию калибровочных полей, 2 изд., М., 1988; Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т., Современная геометрия, 2 изд., М., 1986; Милнор Д., Сташеф Д., Характеристические классы, пер. с англ., М., 1979; Твисторы и калибровочные поля. Сб. ст., пер. с англ., М., 1983; Геометрические идеи в физике. Сб. ст., пер. с англ., М., 1983; Шутц Б., Геометрические методы математической физики, пер. с англ., М., 1984. *М. И. Монастырский.*

РАССТОЯ́НИЙ ШКАЛА́ в астрономии — методы определения расстояний. Р. ш. необходима для нахождения размеров, *светимостей* и пространственного распределения изучаемых объектов. Такие фундам. открытия, как подобие звёзд Солнцу, существование мира галактик, крупномасштабной структуры Вселенной и её расширение, явились результатом измерения соответствующих расстояний.

Исходным почти для всех методов измерения расстояний является геометрический метод — сопоставление размеров или скорости движения объекта в угловой и линейной мерах либо измерение угл.