

щей, что затухание больших флуктуаций происходит по законам термодинамики неравновесных процессов. Хотя большие флуктуации очень редки, все следствия гипотезы Онсагера хорошо подтверждаются экспериментально и позволяют установить связь между *кинетическими коэффициентами* и равновесными флуктуациями потоков (см. Грина — Кубо формулы).

Лит.: Смолуховский М., Молекулярно-теоретические исследования по вопросу об обращении термодинамически необратимых процессов и о возврате аномальных состояний, в сб.: Эйнштейн А., Смолуховский М., Броуновское движение, пер. с нем., М., 1936, с. 273; Кац М., Вероятность и смежные вопросы в физике, пер. с англ., М., 1965.

ПУАССОНА КОЭФФИЦИЕНТ — см. Модули упругости.

ПУАССОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ — распределение случайной величины X , принимающей целые неотрицательные значения r :

$$P(X=r) = \frac{\mu^r \exp(-\mu)}{r!},$$

где $\mu > 0$ — параметр. Ср. значение $M(X) = \mu$, дисперсия $D(X) = \mu$, производящая функция $G(z) = \exp[\mu(z-1)]$. П. р. определяет вероятность наблюдения r событий в данный интервал времени t , если эти события независимы и возникают с пост. скоростью ν ($\mu = \nu t$). П. р. поднимается, напр., число радиоакт. распадов x в течение заданного времени t :

$$P(x=r) = (\nu t)^r \exp(-\nu t) (r!)^{-1},$$

где ν — ср. скорость распадов. При $\mu \rightarrow \infty$ П. р. приближается к Гаусса распределению.

Лит.: Прохоров Ю. В., Розанов Ю. А., Теория вероятностей, 3 изд., М., 1987. В. П. Жигунов.

ПУАССОНА СКОБКИ — важное понятие аналитич. механики, введённое С. Пуассоном (S. Poisson) в 1809 и получившее дальнейшее развитие в гамильтоновой механике (см. Гамильтонов формализм). П. с. могут быть обобщены на случай квантовой механики, а также классич. и квантовой теории поля. П. с. двух динамич. величин f и g нек-рой гамильтоновой системы называют выражение

$$\{f, g\} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial p_k} \frac{\partial g}{\partial q_k} - \frac{\partial f}{\partial q_k} \frac{\partial g}{\partial p_k} \right), \quad (1)$$

где $f(q, p, t)$ и $g(q, p, t)$ — нек-рые ф-ции т. н. гамильтоновых (канонических) переменных q_1, \dots, p_n (n — число степеней свободы системы). Встречается определение П. с. $\{f, g\}$, отличающееся от определения (1) множителем (-1) . Для обозначения П. с. могут использоваться также круглые (f, g) или квадратные $[f, g]$ скобки. Иногда термин употребляется в единств. числе — «скобка Пуассона». Из определения (1) следуют свойства П. с.:

$$\{g, f\} = -\{f, g\} \quad (I);$$

$$\{\alpha f + \beta g, h\} = \alpha \{f, h\} + \beta \{g, h\} \quad (II)$$

(где α, β — нек-рые константы);

$$\{fg, h\} = \{f, h\}g + f\{g, h\} \quad (III);$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \{f, g\} = \left\{ \frac{\partial f}{\partial t}, g \right\} + \left\{ f, \frac{\partial g}{\partial t} \right\} \quad (IV);$$

$$\{f, \{g, h\}\} + \{h, \{f, g\}\} + \{g, \{h, f\}\} = 0 \quad (V)$$

(тождество V — т. н. тождество Якоби). Важным свойством П. с. является их инвариантность относительно канонич. преобразований (инвариантность относительно перехода к др. набору канонич. переменных Q_1, \dots, P_n):

$$\{f, g\} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial P_k} \frac{\partial g}{\partial Q_k} - \frac{\partial f}{\partial Q_k} \frac{\partial g}{\partial P_k} \right), \quad (1^*)$$

причём оба набора переменных удовлетворяют Гамильтона уравнениям. Если одна из ф-ций f или g совпадает с обобщённой координатой q_i или обобщённым импульсом p_k , то

$$\{f, q_i\} = \frac{\partial f}{\partial p_i}; \quad \{p_k, g\} = \frac{\partial g}{\partial q_k}. \quad (2)$$

Если и вторая ф-ция заменена на координату или импульс, то

$$\{q_i, q_k\} = 0; \quad \{p_i, p_k\} = 0; \quad \{p_i, q_k\} = \delta_{ik}. \quad (3)$$

Выполнение условия (3) для к.-л. набора переменных q_1, \dots, p_n есть критерий каноничности этого набора. Замена f на гамильтонов системы H , а g — на q_i или p_k даёт

$$\{H, q_i\} = -\dot{q}_i; \quad \{H, p_k\} = \dot{p}_k, \quad (4)$$

т. е. соотношения, совпадающие с ур-ниями Гамильтона. Однако наиб. полно проявляется важность понятия П. с. при рассмотрении полной производной по времени от нек-рой динамич. величины $F(q, p, t)$:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \{H, F\}. \quad (5)$$

При выводе (5) использованы ур-ния Гамильтона и определение П. с. (1). Для сохраняющейся со временем величины F (т. н. интеграла движения) имеет место равенство

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \{H, F\} = 0, \quad (6)$$

принимаящее в случае F , не зависящего явно от времени, вид

$$\{H, F\} = 0. \quad (7)$$

Из (5), (6) и свойств П. с. вытекает Пуассона теорема — П. с. двух интегралов движения F и G есть также интеграл движения:

$$\frac{d}{dt} \{F, G\} = 0. \quad (8)$$

В квантовой механике, в к-рой роль классич. динамич. величин играют эрмитовские операторы, аналогом (1) являются т. н. квантовые П. с.

$$\{\hat{f}, \hat{g}\}_{\text{кв}} = \frac{i}{\hbar} [\hat{f}, \hat{g}] \equiv \frac{i}{\hbar} (\hat{f}\hat{g} - \hat{g}\hat{f}). \quad (9)$$

[Определение этих скобок иногда также отличается от (9) множителем (-1) .] Квантовые П. с. обладают теми же свойствами (I — V), что и классические, причём доказательство справедливости тождества Якоби является в квантовом случае более простым. Сохраняют свой вид соотношения (3), и тем самым коммутац. соотношение Борна — Йордана

$$[\hat{p}_x, \hat{x}] = -i\hbar$$

представляет собой аналог соответствующей классич. ф-лы, что впервые использовано П. Дираком (P. Dirac) в построении формального матем. аппарата квантовой механики. Через квантовые П. с. выражается оператор, отвечающий производной по времени нек-рой физ. величины A :

$$\frac{d\hat{A}}{dt} = \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} + \{\hat{H}, \hat{A}\}_{\text{кв}} \equiv \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{A}]. \quad (10)$$

Наконец, сохраняет свой вид теорема Пуассона: умноженный на i/\hbar коммутатор двух интегралов движения есть также интеграл движения. В квантовом случае теореме Пуассона может быть придана групповая интерпретация, если интегралы движения обусловлены той