равна $p(x)\Delta x$ (с точностью до малых более высокого порядка). Ф-ция распределения $F(x)$ случайной величины X, имеющей плотность, связана с П. в. соотношениями

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x}p(y)dy$$

и, если $F(x)$ дифференцируема,

$$p(x)=\frac{dF(x)}{dx}.$$

Случайные величины, имеющие П. в., наз. непрерывно распределёнными случайными величинами, а их распределения — непрерывными (точнее, абсолютно непрерывными) распределениями.

Момент MX^r любого порядка r таких случайных величин X вычисляют по ф-ле

$$MX^r=\int_{-\infty}^{\infty}x^r p(x)dx,$$

если интегралы абсолютно сходятся.

Аналогично определяют совместную П. в. нескольких случайных величин $X_1, \ldots, X_n$ (П. в. совместного распределения):

$$p(x_1,\ldots,x_n)\geqslant 0,\quad \int_{-\infty}^{\infty}\ldots\int_{-\infty}^{\infty}p(x_1,\ldots,x_n)dx_1\ldots dx_n=1,$$

и для любых $a_i<b_i$, $i=1, \ldots, n$, вероятность одновременного выполнения неравенств

$$a_1<X_1<b_1,\ldots,a_n<X_n<b_n$$

равна

$$\int_{a_1}^{b_1}\ldots\int_{a_n}^{b_n}p(x_1,\ldots,x_n)\,dx_1\ldots dx_n.$$

Если существует совместная П. в. случайных величин $X_1, \ldots, X_n$, то для независимости этих величин необходимо и достаточно, чтобы совместная П. в. была произведением П. в. отд. величин, т. е.

$$p(x_1,\ldots,x_n)=p_1(x_1)\ldots p_n(x_n),$$

где p_i — П. в. величины X_i. По совместной П. в. случайных величин можно найти распределение вероятностей любых ф-ций от этих величин: так, напр., для двух независимых случайных величин с П. в. $d_1(x)$ и $p_2(x)$ П. в. их суммы задаётся ф-лой свёртки

$$p(y)=\int_{-\infty}^{\infty}p_1(y-x)p_2(x)dx.$$

А. В. Прохоров.

ПЛОТНОСТЬ СОСТОЯНИЙ — число возможных физически неэквивалентных энергетич. состояний в малом интервале энергии $\mathscr{E}$, отнесённое к ширине интервала $\Delta\mathscr{E}: g(\mathscr{E})=\lim\limits_{\Delta\mathscr{E}\to 0}\Delta\Gamma(\mathscr{E})/\Delta\mathscr{E}$, где $\Delta\Gamma$ — число состояний с энергиями между $\mathscr{E}$ и $\mathscr{E}+\Delta\mathscr{E}$ (с учётом возможного вырождения энергетич. состояний). Для колебат. степеней свободы системы часто имеют в виду спектральную П. с. $g(\omega)$, определяемую по числу состояний на интервал частот $\Delta\omega$. В этом случае $\omega=\mathscr{E}/\hbar$.

П. с. имеет смысл вводить, либо если система обладает непрерывным энергетич. спектром, либо если спектр дискретен, когда расстояние между соседними энергетич. уровнями мало по сравнению с $\Delta\mathscr{E}$. Если состояния системы определяются широко разнесёнными по $\Delta\mathscr{E}$ дискретными уровнями, каждый из к-рых расщепляется в области, узкие по сравнению с расстоянием между уровнями, то вводят П. с. вблизи каждого дискретного уровня. Это имеет место, напр., при движении электронов в сильном квантующем магн. поле (см. *Ландау уровни*, *Лифшица — Онсагера квантование*). Для свободных нерелятивистских частиц со спином s состояния характеризуются импульсом $\boldsymbol{p}$ и проекцией спина, а энергия $\mathscr{E}=p^2/2m$ (m — масса) П. с. зависит только от p: $g(\mathscr{E})=\sqrt{2}\nu m^{3/2}\mathscr{E}^{1/2}/\pi^2\hbar^3$, где множитель $\nu=2s+1$ учитывает вырождение по спину s. Для квазичастиц твёрдого тела эта зависимость является более сложной, напр. для электронов проводимости с энергетич. спектром $\mathscr{E}(\boldsymbol{p})$

$$g(\mathscr{E})=\frac{\nu}{(2\pi\hbar)^3}\int ds/|\nabla_p\mathscr{E}(\boldsymbol{p})|,$$

где интегрирование ведётся по изоэнергетич. поверхности $\mathscr{E}(\boldsymbol{p})=\mathrm{const}$ в пространстве квазиимпульсов, ds — элемент площади на этой поверхности; ∇_p — градиент в пространстве квазиимпульсов. Для спектральной П. с. $g(\omega)=(2\pi)^{-3}\int ds/|\nabla\omega(\mathbf{k})|$, где $\mathbf{k}$ — волновой вектор, а интегрирование ведётся по поверхности $\omega(\mathbf{k})=\mathrm{const}$. Подынтегральные выражения для П. с. имеют особенности в точках, в к-рых групповые скорости $\boldsymbol{v}=\nabla_p\mathscr{E}$ обращаются в 0. Эти точки наз. критическими, а соответствующие особенности в $g(\mathscr{E})$ — *Ван Хова особенностями.*

Информация о П. с. существенна при определении термодинамич. характеристик твёрдых тел (теплоёмкость, магн. восприимчивость и др.), задаваемых интегралами по энергии от соответствующих микроскопич. величин, умноженных на ф-цию распределения и П. с. На кинетич. характеристики (электропроводность, теплопроводность и др.) также влияет П. с. При этом для вырожденных систем, ферми-частиц, напр. электронов в *металлах*, особенно важна П. с. на поверхности Ферми $g(\mathscr{E}_F)$, входящая непосредственно в виде множителя в большинство макроскопич. характеристик системы. Для полупроводников наиб. важна П. с. вблизи дна зоны проводимости и потолка валентной зоны.

Для систем, к-рые подчиняются случайному распределению в пространстве, в частности для конденсиров. *неупорядоченных систем* (*жидкости*, *стёкла*, аморфные вещества и пр.), П. с. является осн. характеристикой энергетич. спектра. Т. к. П. с. является самоусредняющейся величиной (см. *Мезоскопика* неупорядоченной системы), то можно оперировать с П. с., усреднённой по пространств. распределениям частиц (в то время как понятие усреднённого энергетич. спектра лишено смысла).

Лит. см. при ст. *Зонная теория.* *А. Э. Мейерович.*

ПЛОТНОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА в классической электродинамике. В макроскопич. электродинамике электрич. заряд тела может считаться точечным только если его поле рассматривается на расстояниях, существенно бóльших, чем характерные размеры заряж. тела. В противном случае электрич. заряд считают непрерывно распределённым в нек-рой области пространства и вводят объёмную П. э. з. ρ в точке (x, y, z):

$$\rho(x,y,z)=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\Delta e}{\Delta V}=\frac{de}{dV},$$

где Δe — величина заряда, находящегося в объёме ΔV в окрестности точки (x, y, z) в момент времени t. Если электрич. заряд находится в слое, толщиной к-рого можно пренебречь по сравнению с характерным расстоянием, на к-ром рассматривается поле, то определяют поверхностную П. э. з. σ:

$$\sigma(x,y,z)=\lim_{\Delta S\to 0}\frac{\Delta e}{\Delta S}=\frac{de}{dS},$$

где Δe — заряд элемента поверхности ΔS. Даже если заряд считается точечным, часто из соображений матем. удобства считают его непрерывно распределённым в малой области пространства. В этом случае П. э. з. является *обобщённой функцией*. Если точечный заряд e находится в точке пространства $\boldsymbol{r}_0(t)$, то $\rho(\boldsymbol{r},t)$ имеет вид *дельта-функции* Дирака (δ)

$$\rho(\boldsymbol{r},t)=e\delta[\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0(t)].$$