рий пластич. течения не зависят от времени и при фиксиров. нагрузках изменение деформирования пластич. тел не происходит (в противном случае имеет место *ползучесть материала*).

В П. т. используется понятие пространства напряжений. В шестимерном пространстве напряжений П декартовы координаты соответствуют компонентам тензора напряжений σ_{ij}. Любому напряжённому состоянию в пространстве П соответствует вектор напряжений $\boldsymbol{\sigma}$ с компонентами σ_{ij}. В пространстве П определяется поверхность нагружения Σ, ограничивающая все упругие состояния данного элемента тела (т. е. все состояния, к-рые могут быть достигнуты из начального без приобретения остаточных деформаций). Напряжённые состояния, соответствующие точкам поверхности нагружения Σ, соответствуют пределам текучести при сложном напряжённом состоянии. При изменении напряжённого состояния поверхность нагружения изменяет свою форму.

Из опыта известно, что материал, находящийся в любом напряжённом состоянии, можно деформировать, не сообщая ему остаточных деформаций (упругая разгрузка). Поэтому поверхность Σ при изменении своей формы меняется так, что всё время проходит через конец вектора напряжений $\boldsymbol{\sigma}$. Если для нек-рого материала напряжённое состояние меняется от σ_1 до σ_2 (рис. 3), то поверхность нагружения занимает соответственно положения Σ_1 и Σ_2. При изменении поверхности нагружения так, как показано на рис. 3(*а*), увеличение предела текучести в одном направлении приводит к понижению его в противоположном направлении. Если поверхность Σ_2 включает в себя поверхность Σ_1 (рис. 3,*б*), то пределы текучести увеличиваются во всех направлениях. При этом поверхность Σ_2 может оставаться гладкой (рис. 3,*а*,*б*) или приобретать угл. точку.

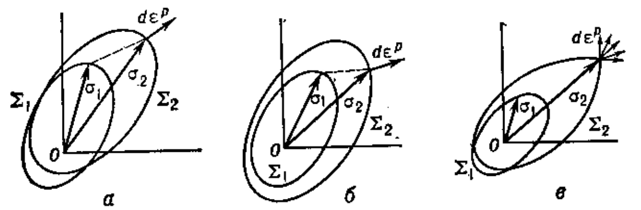

Рис. 3. Изменение поверхности нагружения при изменении напряжённого состояния от σ_1 до σ_2: *а* и *б* — поверхности нагружения остаются гладкими; $d\varepsilon^p$ — вектор приращения пластич. деформации (ортогональный к поверхности нагружения, согласно ассоциированному закону); *в* — поверхность нагружения приобретает угловую точку, стрелки ограничивают возможные направления вектора приращения пластической деформации (согласно обобщённому ассоциированному закону пластического течения).

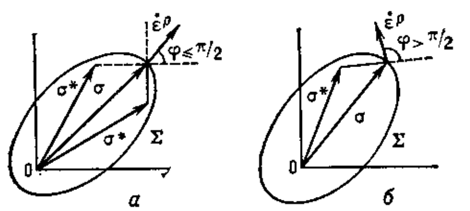

Рис. 4. *а* — вектор $\dot\varepsilon^p$ ортогонален к поверхности нагружения; для любых σ^* неравенство Мизеса выполняется: угол между векторами $\sigma-\sigma^*$ и $\dot\varepsilon^p$ меньше или равен $\pi/2$; *б* — вектор $\dot\varepsilon^p$ неортогонален к поверхности нагружения. Найдётся такое σ^*, при котором неравенство Мизеса не выполняется; угол между векторами $\sigma-\sigma^*$ и $\dot\varepsilon^p$ больше $\pi/2$.

Аналитич. выражение поверхности нагружения можно записать в виде $f=0$. Ф-ция f наз. ф-цией нагружения и может зависеть от компонент напряжений, пластич. деформаций, разл. параметров, связанных с процессами нагружения неголономными дифференциальными или функциональными соотношениями, и др.

Соотношения связи $d\varepsilon_{ij}^p-\sigma_{ij}$ формулируются обычно на основе принципа (постулата) максимума Мизеса: для фиксиров. точки поверхности Σ и действит. компонент скорости пластич. деформации $\dot\varepsilon_{ij}$ имеет место неравенство $\sigma_{ij}\dot\varepsilon_{ij}^p\geqslant\sigma_{ij}^*\dot\varepsilon_{ij}^p$, где σ_{ij} — компоненты действительного напряжённого состояния, а σ_{ij}^* — компоненты любого возможного напряжённого состояния, т. е. лежащего внутри или на поверхности Σ. Из принципа Мизеса следуют невогнутость поверхности нагружения и ассоцииров. закон течения, определяющий ортогональность вектора $\dot\varepsilon^p(\dot\varepsilon_{ij}^p)$ и поверхности Σ (рис. 4).

Аналитич. выражение связи $d\varepsilon_{ij}^p-\sigma_{ij}$, определяемое ассоцииров. законом пластич. течения, имеет вид

$$d\varepsilon_{ij}^p=h\frac{\partial f}{\partial\sigma_{ij}}df,\qquad(2)$$

где f — ф-ция нагружения, к-рая в этом случае наз. пластическим потенциалом. Для поверхности нагружения с особенностями (угл. точки, рёбра и т. п.) имеет место теория обобщённого пластич. потенциала и обобщённого ассоцииров. закона течения.

В основу построения П. т. наряду с определением ф-ций нагружения и принципом Мизеса, согласно к-рому варьируются компоненты напряжения (статич. подход), возможно построение П. т., исходящее из определения диссипативной ф-ции $D(\dot\varepsilon_{ij}^p)=\sigma_{ij}\dot\varepsilon_{ij}^p$ и принципа Онсагера, при к-ром варьируются компоненты скорости пластич. деформации (кинематич. подход). Оба подхода построения П. т. эквивалентны.

Теория идеальной пластичности. В П. т. наиб. развита теория идеальной пластичности. Для идеального пластич. тела поверхность нагружения Σ фиксирована, в этом случае Σ наз. поверхностью пластичности или текучести. Ур-ние поверхности пластичности (текучести) имеет вид $f(\sigma_{ij})=0$ и наз. условием пластичности (текучести). Соотношение плоской задачи теории идеальной пластичности даны А. Сен-Венаном (A. Saint-Venant, 1871), использовавшим условие пластичности макс. касательного напряжения: $\tau_{\text{макс}}=k$, где k — константа материала. В этом случае

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y}=0,\quad\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_y}{\partial y}=0;\qquad(3)$$

$$(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau_{xy}^2=4k^2;\qquad(4)$$

$$\frac{\dot\varepsilon_x-\dot\varepsilon_y}{\sigma_x-\sigma_y}=\frac{\dot\varepsilon_{xy}}{\tau_{xy}},\quad\dot\varepsilon_x+\dot\varepsilon_y=0;\qquad(5)$$

$$\dot\varepsilon_x=\frac{\partial u}{\partial x},\quad\dot\varepsilon_y=\frac{\partial v}{\partial y},\quad\dot\varepsilon_{xy}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right),\qquad(6)$$

где (3) — ур-ния равновесия; (4) — условие пластичности; (5) — условие изотропии, утверждающее совпадение гл. осей тензоров напряжений и скоростей пластич. деформаций; условие несжимаемости; (6) — ф-лы Коши, связывающие компоненты скорости деформации с компонентами скорости перемещений u, v. Характерной особенностью является замкнутость системы трёх ур-ний (3 и 4) относительно трёх неизвестных компонент напряжений σ_x, σ_y, τ_{xy}. В этом смысле задача является статически определённой. Ур-ния (3 и 4) принадлежат к гиперболич. типу, ортогональные характеристики совпадают с линиями скольжения (линии разрыва скоростей перемещений), наблюдаемыми экспериментально.

В теории идеальной пластичности наряду с условием макс. касательного напряжения используются разл. условия пластичности.

Построение теории идеальной пластичности в общем случае с единым матем. аппаратом (ур-ния гиперболич.