

на каждом уровне, влияние внеш. среды, состояние поверхности, масштабный фактор и др. Для подкреплённых П. характерным является то, что развитие трещин зависит от их расположения по отношению к подкрепляющим рёбрам.

Важнейший класс теории П. составляют динамич. задачи: изучение собственных, вынужденных, параметрич. колебаний, а также автоколебаний разл. типа, напр. при флаттере. Рассмотрение осн. типов колебаний ведётся с позиций линейной теории для жёстких П. и нелинейных зависимостей, относящихся к гибким и абсолютно гибким П. Большое значение для совр. техники имеет исследование поведения П. при быстром (динамич.) нагружении и при действии ударных нагрузок. Несущая способность П. при динамич. приложении усилий сжатия и сдвига в срединной поверхности оказывается выше, чем при статич. нагружении. При изучении динамич. устойчивости должны учитываться форма прикладываемых к П. импульсов и их последовательность. При исследовании динамич. задач для П. в ряде случаев должны приниматься во внимание волновые процессы в материале П., связанные с деформациями в срединной поверхности, и силы инерции, отвечающие деформациям сдвига (по модели Тимошенко). Соответствующие ур-ния движения являются гиперболическими.

Широкое развитие в теории и расчёте П. получили, так же как и для оболочек, наряду с аналитическими численные методы, связанные с использованием ЭВМ. К общему понятию П. относятся также т. н. толстые плиты, расчёт к-рых ведётся на основе трёхмерных ур-ний теории упругости.

Лит.: Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С., Пластинки и оболочки, пер. с англ., 2 изд., М., 1966; Бубнов И. Г., Труды по теории пластин, М., 1953; Вольмир А. С., Гибкие пластинки и оболочки, М., 1956; его же, Нелинейная динамика пластинок и оболочек, М., 1972; Амбарумян С. А., Теория анизотропных пластин, М., 1967; Болотин В. В., Новиков Ю. Н., Механика многослойных конструкций, М., 1980. А. С. Вольмир.

**ПЛАСТИНКИ в акустике** — элементы излучателей и приёмников звука, элементы устройств акустической и электроники, а также звуковых преград и перегородок.

П. конечной толщины  $2h$  могут рассматриваться как упругий волновод, поле в к-ром является совокупностью волн, наз. нормальными волнами. В общем случае произвольной частоты  $\omega$  нормальная волна содержит продольную и поперечную компоненты колебат. смещения, распространяющиеся в толще П. и отражающиеся на её границах. Нормальные волны в П. подразделяются на два класса: Лэмба волны, у к-рых имеются как продольные, так и поперечные компоненты колебат. смещения, причём последние направлены перпендикулярно плоскости П., и поперечные нормальные волны, обладающие только одной компонентой смещения (отсутствующей в волнах Лэмба), лежащей в плоскости П. и перпендикулярной направлению распространения волны. В П. может распространяться определённое конечное число нормальных волн, отличающихся одна от другой фазовыми и групповыми скоростями, а также распределениями смещений и напряжений по толщине П. Эти распределения должны удовлетворять граничным условиям равенства нулю напряжений на обеих плоскостях П.

Число  $n$  узловых точек в распределении напряжений по толщине П. наз. порядком волны. Нормальная волна на частоты  $\omega$ , порядка  $n$  может распространяться в П. при условии  $\omega > \omega_{kp} = \pi c_t/h$ , где  $c_t$  — фазовая скорость поперечной волны в изотропном твёрдом теле,

$c_t = \sqrt{E/2\rho(1+v)}$ ,  $E$  — модуль Юнга,  $v$  — коэф. Пуассона,  $\rho$  — плотность материала П.,  $\omega_{kp}$  — т. н. критич. частота. Число распространяющихся волн тем больше, чем больше значение  $\omega/c_t$ . Волна заданного порядка  $n$  с частотой  $\omega < \omega_{kp}$  не распространяется: в такой волне нет потока энергии, она представляет собой синфазное движение, экспоненциально спадающее в направлении, параллельном плоскости П.

В тонких П. ( $\omega h/c_t \ll 1$ ) возможно распространение только поперечной волны нулевого порядка, смещения в к-рой по толщине П. одинаковы, а также двух волн Лэмба нулевого порядка, первая из к-рых очень похожа на продольную волну в изотропном твёрдом теле (в ней преобладает продольная компонента смещения), а вторая представляет собой изгибную волну. При распространении изгибной волны каждый элемент толстой П. смещается перпендикулярно её плоскости. Примерами изгибных волн в П. являются стоячие волны в дежах музыкальных инструментов, в диффузорах громоговорителей. Распространяющаяся в тонкой П. изгибная волна малой амплитуды описывается ур-нием

$$\frac{Eh^2}{3(1-v^2)} \Delta^2 \eta + \rho \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = 0,$$

где  $\Delta$  — оператор Лапласа,  $\eta$  — смещение элемента П. от положения равновесия в направлении, перпендикулярном её плоскости.

Для изгибных волн тонкая П. является системой с дисперсией: волны разл. частот распространяются в ней с разл. фазовыми скоростями  $c_n$ ,

$$c_n = \sqrt{\frac{Eh^2}{3\rho(1-v^2)}} \sqrt{\omega}.$$

Эта скорость много меньше фазовой скорости продольных волн в П.  $c_{dp} = c_1 \sqrt{(1-2v)/(1-v^2)}$ , где  $c_1$  — скорость продольной волны в изотропной сплошной среде.

Тонкая П. ограниченного размера обладает дискретным набором собств. частот, каждой из к-рых соответствует своя форма колебаний, представляющая систему стоячих волн с той или иной картиной узловых линий, разделяющих части П., колеблющиеся с противоположными фазами (см. Хладни фигуры). Собств. частоты и формы колебаний зависят от изгибной жёсткости пластины, равной  $D = 2Eh^3/3(1-v^2)$ , её уд. массы  $2rh$ , от размеров и формы П., а также от условий закрепления её краёв. Типичными условиями закрепления краёв являются свободный край, шарнирно опёртый край, заделанный край.

Определение спектра собств. частот в общем случае представляет сложную задачу. Осн. частота может быть определена с помощью метода Рэлея — Ритца. Она составляет, напр., для прямоугольной шарнирно опёртой П. размером  $a \times b$  величину

$$\omega_{0,p} = \pi^2 \sqrt{\frac{Eh^2}{3\rho(1-v^2)}} \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right),$$

а для круглой П. радиуса  $a$ , заделанной по краям, величину

$$\omega_{0,k} \approx 0,94 \frac{h}{a^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} (1-v^2).$$

Обертоны осн. частоты круглой П. не являются гармониками.

Вынужденные колебания П. происходят с частотой внеш. воздействия. При её совпадении с одной из собств. частот имеет место резонанс.

В процессе колебаний П. излучает звук в прилегающую среду при условии, что

$$\omega > \omega_1 = c_1 \sqrt{\frac{3\rho(1-v^2)}{Eh^2}},$$

где  $c_1$  — скорость звука в прилегающей среде. При  $\omega < \omega_1$  в среде возбуждается лишь ближнее поле, экспоненциально спадающее в направлении, перпендикулярном к плоскости П. Излучение звука демпфирует колебания П. и смещает её собств. частоты.

Волновые явления в П. учитываются при определении звукоизоляции и звуковой прозрачности упругих перегородок. Для описания падения звуковой волны на П. вводят коэф. прохождения плоской волны через П., равный отношению амплитуды прошедшей и па-