

**ПЕНЛЕВЕ УРАВНЕНИЯ** — общее название группы из шести обыкновенных дифференц. ур-ний. Введены П. Пенлеве (P. Painlevé, 1900) и Б. Гамбье (B. Gambier, 1910) при классификации ур-ний типа  $w'' = R(z, w, w')$ , где  $R$  — ф-ция аналитическая по  $z$  и рациональная по  $w$  и  $w'$ .

Обычно П. у. записывают в след. виде:

$$I \quad w'' = 6w^2 + z,$$

$$II \quad w'' = 2w^3 + zw + a,$$

$$III \quad w'' = (w')^2 w^{-1} + (aw^3 + b) \exp z + (cw^3 + dw^{-1}) \exp 2z, \quad |b| + |d| \neq 0,$$

$$IV \quad w'' = (w')^2 w^{-1} / 2 + 3w^3 / 2 + 4zw^2 + 2(z^2 - \alpha)w + \beta w^{-1},$$

$$V \quad w'' = (w')^2 \left( \frac{1}{2w} + \frac{1}{w-1} \right) - \frac{w'}{z} + \frac{(w-1)^2}{z^2} \left( \alpha w + \frac{\beta}{w} \right) + \gamma \frac{w}{z} + \delta \frac{w(w+1)}{w-1},$$

$$VI \quad w'' = \frac{(w')^2}{2} \left( \frac{1}{w} + \frac{1}{w-1} + \frac{1}{w-z} \right) - w' \left( \frac{1}{z} + \frac{1}{z-1} + \frac{1}{w-z} \right) + \frac{w(w-1)(w-z)}{z^2(z-1)^2} \left[ \alpha + \beta \frac{z}{w^2} + \gamma \frac{z-1}{(w-1)^2} + \delta \frac{z(z-1)}{(w-z)^2} \right].$$

П. у. возникают при сведении к обыкновенным дифференц. ур-ниям нек-рых *нелинейных уравнений математической физики*, в частности *Кортвега — де Фриса уравнения* (П. у. II), *синус-Гордона уравнения* (П. у. III), *Шрёдингера уравнения нелинейного* (П. у. IV).

Решения П. у. (трансцендентные ф у н к ц и П е н л е в е — спец. ф-ции, не сводящиеся к известным) обладают свойством Пенлеве: не имеют др. подвижных (т. е. зависящих от постоянных интегрирования или нач. данных) особенностей, кроме полюсов. Так, решения П. у. I—IV не имеют вообще никаких особенностей, кроме полюсов; решения П. у. V имеют неподвижные логарифмич. точки ветвления при  $z = 0$  и  $z = \infty$ , а решения П. у. VI — при  $z = 0$ ,  $z = 1$  и  $z = \infty$ . Установление свойства Пенлеве позволяет находить интегрируемые варианты разл. моделей нелинейных явлений и мн. нелинейных ур-ний, решаемых при помощи *обратной задачи рассеяния метода*.

Лит.: Айнс Э. Л., Обыкновенные дифференциальные уравнения, пер. с англ., Хар., 1939; Голубев В. В., Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений, 2 изд., М.—Л., 1950; Арнольд В. И., Ильясенко Ю. С., Обыкновенные дифференциальные уравнения, в кн.: Итоги науки и техники. Современные проблемы математики, т. 1, М., 1985. Ю. А. Данилов.

**ПЕННИНГА РАЗРЯД** — *тлеющий разряд* в продольном магн. поле. Впервые исследован Ф. Пеннингом (F. Penning) в 1937. Из-за большой длины пути электронов, движущихся по спиральным траекториям вокруг силовых линий  $H$  магн. поля, значительно возрастает вероятность ионизации, что обеспечивает существование разряда при низких давлениях  $p$ , вплоть до  $10^{-6}$ — $10^{-8}$  мм рт. ст. Значение  $p_{\text{мин}}$  сильно зависит от конструкции разрядного устройства. Часто применяются коаксиальные системы, в к-рых П. р. может существовать вплоть до  $10^{-13}$  мм рт. ст. П. р. используется в нек-рых типах вакуумметров, а также в эл.-магн. сорбционных вакуумных насосах.

Лит.: Грановский В. Л., Электрический ток в газе. Установившийся ток, М., 1971. Л. А. Сена.

**ПЕННИНГА ЭФФЕКТ** — снижение потенциала зажигания разряда в газе, обусловленное присутствием примеси др. газа, потенциал ионизации к-рого ниже энергии возбуждения метастабильного уровня осн. газа. Объяснение этого эффекта дано Ф. Пеннингом в 1928. В отсутствие примеси электроны, ускоренные в электрич. поле, отдают свою энергию атомам, переводя их в метастабильное состояние. Вследствие этого вероятность ионизации электронным ударом мала и напряжение зажигания оказывается высоким. При наличии при-

меси происходят столкновения возбужденных метастабильных атомов осн. газа с атомами примеси, в результате чего последние ионизируются за счёт энергии, освобождающейся при переходе метастабильных атомов в осн. состояния (см. *Столкновения атомные*). Появление такой добавки ионизации приводит к снижению эфф. потенциала ионизации среды и, следовательно, к снижению напряжения зажигания разряда  $U$ . На рис. представлена зависимость  $U$  (в логарифмич. масштабе) от произведения давления газа  $p$  на расстояние  $d$  между электродами в чистом неоне (1), чистом аргоне (2), неоне с примесью  $5 \cdot 10^{-4}\%$  аргона (3) и неоне с примесью  $0,1\%$  аргона (4). Л. А. Сена.

**ПЕРВАЯ КОСМИЧЕСКАЯ СКОРОСТЬ** — см. *Космические скорости*.

**ПЕРВИЧНЫЕ ФЛУКТУАЦИИ** (первичные возмущения) в ранней Вселенной — малые отклонения Вселенной от точной однородности и изотропии на радиац.-доминиров. стадии. радиац.-доминированной (горячей) наз. стадия, когда осн. вклад в полную плотность энергии материи вносили ультрарелятивистские частицы — фотоны эл.-магн. излучения с температурой  $T = (2,75 \pm 0,1) \cdot (1+z)$  К (см. *Микроволновое фоновое излучение*), а также нейтрино и др. возможные элементарные частицы с массой покоя  $m \ll kT/c^2$  [ $z$  — красное смещение,  $1+z = R(t_0)/R(t)$ , где  $R(t)$  — масштабный фактор расширяющейся Вселенной,  $t_0$  — настоящий момент времени; на этой стадии  $R(t) \sim \sqrt{t}$ ]. В стандартной модели с Фридмана — Робертсона — Уокера метрикой Вселенная является радиац.-доминированной при  $z > 10^4$  ( $H/50$ )<sup>2</sup>  $\kappa^{-1}$ , где  $H$  — постоянная Хаббла в км/(с·Мпк),  $\kappa$  — отношение полной плотности энергии всех ультрарелятивистских частиц к плотности энергии реликтового эл.-магн. излучения в настоящее время ( $\kappa \sim 1$ ).

Для того чтобы совместить очевидную сильную неоднородность Вселенной в масштабах, меньших  $10(H/50)^{-1}$  Мпк (где вещество сконцентрировано в таких объектах, как галактики, звёзды, планеты и т.д.), с наблюдат. фактом её однородности и изотропии в больших масштабах, необходимо принять, что на радиац.-доминиров. стадии эволюции Вселенной существовали малые П. ф. метрики пространства-времени с характерной безразмерной амплитудой  $10^{-4}$ — $10^{-6}$ . Галактики и др. локализов. объекты возникли из этих П. ф. вследствие гравитационной неустойчивости — роста неоднородных флуктуаций метрики пространства-времени и плотности вещества на более поздней стадии, когда осн. вклад в плотность энергии материи вносило нерелятивистское вещество (включая барионы) с давлением  $p \ll \rho c^2$ , где  $\rho$  — плотность вещества; на этой стадии  $R(t) \sim t^{2/3}$ . Существование гравитац. неустойчивости П. ф. для адиабатических флуктуаций на стадии доминирования нерелятивистского вещества следует как из точных ур-ний релятивистской космологии, основанной на общей теории относительности, так и из нерелятивистского (ньютоновского) приближения к ним, и фактически было известно ещё И. Ньютону. Малость П. ф. в момент рекомбинации водорода при  $z \approx 10^3$  [по крайней мере, в масштабах, превышающих  $(H/50)^{-1}$  Мпк в настоящее время] подтверждается наблюдат. фактом отсутствия недипольных флуктуаций темп-ры реликтового эл.-магн. излучения на уровне  $\Delta T/T \sim 10^{-4}$  в угл. масштабах от  $20'$  до  $180^\circ$  (верх. пределы на  $\Delta T/T$  в интервале  $10^\circ$ — $180^\circ$  прибл. в 3 раза меньше).

