Если принять O за начало отсчёта, то в силу того, что собств. преобразования Лоренца не меняют направления времени внутри светового конуса и на нём самом (34а), световой конус и заключённый внутри него объём можно разбить на части, соответствующие $t > 0$ и $t < 0$, наз. верхней и нижней пóлами. Часть $t > 0$, $s_{OA}^2 \geqslant 0$, соответствует событиям, на к-рые O может оказать причинное воздействие, или точкам, в к-рые может прийти сигнал из O; это абс. будущее для O. Соответственно, события, относящиеся к нижней поле,— совокупность всех событий, к-рые O может увидеть, или тех, к-рые могут оказать на неё причинное действие. Т. о., эта пола — абс. прошлое для O. Все траектории тел и лучей, приходящих в O, должны принадлежать нижней поле $t < 0$, $s_{OA}^2 \geqslant 0$. Соответственно, все лучи света и траектории тел, выходящих из O, принадлежат верхней поле и образуют абс. будущее для O.

Совокупность точек, связанных с O векторами $(0, x, y, z)$ в системе отсчёта L, где точки по оси времени имеют вид $(t, 0)$, т. е. в системе, где ось времени проходит через O, очевидно, соответствует гиперповерхности, ортогональной к оси времени в метрике Минковского. Она состоит из событий, одновременных с O и образующих трёхмерное евклидово пространство. Такое пространство можно построить для любой точки на оси времени. Телам, покоящимся в этом пространстве, отвечают прямые *мировые линии*, параллельные оси времени.

Траектории любого тела, движущегося прямолинейно и равномерно в системе L и проходящего через O при $t = 0$, можно принять за временнýю ось системы отсчёта L', связанной с L преобразованием Лоренца. Единичный вектор e_t, направленный по оси времени, всегда удовлетворяет инвариантному условию

$$\eta_{\mu\nu} e_t^\mu e_t^\nu = 1. \qquad (35)$$

Для оси t он имеет вид $(1, 0, 0, 0)$, а произвольный вектор, направленный по этой оси, есть $te_t = (t, 0, 0, 0)$. Для оси t' единичный вектор e_t' равен u^μ с компонентами $(\gamma, \gamma \boldsymbol{v})$, соответственно, произвольный вектор, направленный по t', имеет вид $t'u = (t'\gamma, t'\gamma\boldsymbol{v})$. Совокупность всех векторов, ортогональных оси t' в заданной точке, образует пространство системы L', и события, лежащие в нём, одновременны в L'. Если в данной точке t' в этом пространстве построить оси x', y', z', то они образуют полный набор координат в L'. Ось x' можно поместить в плоскость tt' (рис. 2), тогда единичный вектор, направленный по x', будет иметь вид $e'_x\,(\gamma v, \gamma, 0, 0)$; в метрике Минковского он ортогонален e_t'.

Отсюда сразу вытекают эффекты изменения интервалов времени и пространства при переходе от L к L'. Промежуток времени $\Delta t'$ в L' имеет временнýю компоненту в L, равную временнóй компоненте вектора $\Delta t' e_t'$, что даёт $\gamma \Delta t' = \Delta t$ или $\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - v^2}$.

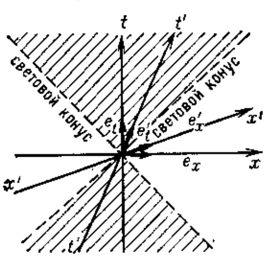

Рис. 2.

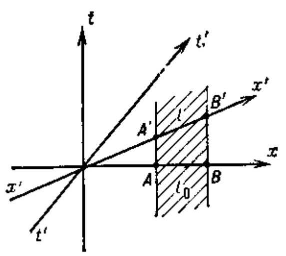

Рис. 3.

Соответственно, чисто пространственный отрезок AB длины l_0 в L описывает в мире Минковского полосу, показанную на рис. 3; точки пересечения её границ с осью x' одновременны с точки зрения L' и, следовательно, определяют длину l отрезка AB в движущейся системе. Но l_0 — это компонента вектора le'_x по оси x, т. е. $l_0 = \gamma l$ или $l = l_0 \sqrt{1 - v^2}$.

Релятивистская механика

Для всех известных в частной О. т. классич. полей и частиц ур-ния движения могут быть получены из условия равенства нулю вариации *действия*:

$$\delta S = 0. \qquad (36)$$

Величина S является четырёхмерным скаляром и может быть представлена в виде

$$S = \int d^4x L, \qquad (37)$$

где L — плотность ф-ции Лагранжа (*лагранжиан*).

Для свободной материальной точки массы m

$$S = -m\int ds = -m\int dt \sqrt{1 - v^2}. \qquad (38)$$

Условие экстремума даёт

$$m\frac{du^\mu}{ds} = 0. \qquad (39)$$

Величина mdu^μ/ds наз. 4-импульсом частицы.

Релятивистская инвариантность требует инвариантности действия для замкнутой системы относительно группы Пуанкаре. Инвариантность относительно подгруппы сдвигов приводит, в силу теоремы Нётер, к четырём законам сохранения:

$$\frac{\partial T^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = 0; \qquad (40)$$

конкретный вид тензора $T^{\mu\nu}$ определяется видом L. Легко показать, что $T^{\mu\nu}$ всегда может быть приведён к симметричному виду. Из (40) следует существование четырёх сохраняющихся величин:

$$P^\mu = \int T^{\mu\nu} ds_\nu, \qquad (41)$$

где интеграл берётся по трёхмерной гиперповерхности. Величины P^μ образуют 4-импульс; компонента P^0 — энергия системы, P^i $(i = 1, 2, 3)$ — компоненты её импульса. При интегрировании в (41) можно взять любую гиперплоскость или даже искривлённую пространственноподобную гиперповерхность, делящую мир Минковского на две части. Выбирая в качестве гиперповерхности гиперплоскость $x^0 = \mathrm{const}$, получаем

$$ds_\nu = d^3x = dV$$

и

$$P^i = \int T^{i0} dV. \qquad (42)$$

Вектор P^μ времениподобен, поэтому всегда можно систему отсчёта, в к-рой определено интегрирование в (42), выбрать так, что $P^i = 0$. Эту систему называют системой покоя для рассматриваемого тела. В ней, по определению, 4-скорость тела равна $(1,0)$.

Введём массу тела, определив её в системе покоя как

$$\int T^{00} dV = m. \qquad (43)$$

Отсюда следует, что в системе покоя

$$P^\mu = mu^\mu. \qquad (44)$$

В силу релятивистской инвариантности это справедливо в любой системе отсчёта, если массу считать скаляром. Переходя в систему отсчёта, движущуюся со скоростью $\boldsymbol{v}$, получаем

$$\mathscr{E} = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2}}, \quad \boldsymbol{P} = \frac{m\boldsymbol{v}}{\sqrt{1 - v^2}}, \qquad (45)$$

т. е.

$$\boldsymbol{P} = \mathscr{E}\boldsymbol{v}. \qquad (46)$$

Это соотношение справедливо и для безмассовых частиц, для к-рых $\boldsymbol{v}$ — единичный вектор. Случай $m = 0$ получают предельным переходом. В системе единиц с