ваний Пуанкаре, оставляющих инвариантной *метрику пространства-времени* Минковского. Последняя определяется квадратом *интервала* s^2, к-рый для двух событий с координатами x_1, y_1, z_1, t_1 и x_2, y_2, z_2, t_2 имеет вид:

$$s^2 = c^2(t_1 - t_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 - (y_1 - y_2)^2 - (z_1 - z_2)^2. \quad (1)$$

Пространство-время с такой метрикой наз. *Минковского пространством-временем.*

Обычно используется сокращённая запись: вводятся четырёхмерный вектор x с компонентами $x^\mu (\mu = 0, 1, 2, 3)$: $x^0 = ct$, $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$, метрический тензор $\eta_{\mu\nu}$, к-рый диагонален и имеет компоненты $\eta_{00} = 1$, $\eta_{11} = \eta_{22} = \eta_{33} = -1$ [или $\eta = \mathrm{diag}\,(1, -1, -1, -1)$], и эйнштейновское правило суммирования, согласно к-рому по совпадающим верхнему и нижнему индексам всегда предполагается суммирование (по греч. индексам суммирование проводится от 0 до 3). В такой записи

$$s^2 = \eta_{\mu\nu}(x_1 - x_2)^\mu (x_1 - x_2)^\nu. \quad (2)$$

Если рассматриваются преобразования Пуанкаре, при к-рых любое событие A с координатами x, y, z, t переходит в событие B с координатами $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \bar{t}$, то такие преобразования наз. активными.

Собств. преобразования Пуанкаре определяются как линейные преобразования вида

$$\bar{x}^\mu = B^\mu_\nu x^\nu + C^\mu, \quad (3)$$

непрерывно связанные с тождественным (единичным) преобразованием. Здесь B^μ_ν — матрица размерности 4×4, C^μ — произвольный 4-вектор. Из инвариантности s^2 относительно преобразований (3) следует

$$\eta_{\mu\nu} B^\mu_\rho B^\nu_\sigma = \eta_{\rho\sigma} \quad (4)$$

и $(\det|B^\mu_\nu|)^2 = 1$. Из условия непрерывной связи с единичным преобразованием $B^\mu_\nu = \delta^\mu_\nu$, где δ^μ_ν — *Кронекера символ* [$\delta^\mu_\nu = \mathrm{diag}\,(1, 1, 1, 1)$], следует, что

$$\det|B^\mu_\nu| = 1. \quad (5)$$

Инвариантность законов физики относительно преобразований Пуанкаре означает, что если возможна последовательность событий E: $E_1(x^\nu_1)$, $E_2(x^\nu_2)$,..., $E_n(x^\nu_n)$, ..., где x^ν_n — 4-координаты n-го события, то возможна и последовательность $\bar{E}$: $E_1(\bar{x}^\mu_1)$, $E_2(\bar{x}^\mu_2)$, ..., $E_n(\bar{x}^\mu_n)$,..., где $\bar{x}^\mu$ и x^ν связаны преобразованием (3). Др. словами, законы физики таковы: если последовательность E допустима и описывает нек-рый физ. процесс, то это же справедливо и для последовательности $\bar{E}$. Подчеркнём, что координаты x^μ и $\bar{x}^\mu$ измеряются в одной и той же системе отсчёта; последовательности E и $\bar{E}$ — это две разные последовательности событий, связанные активными преобразованиями, но в то же время по своей внутр. структуре они неразличимы. Это, в частности, означает, что если два события E_n, E_k совпадают, то совпадают и события $\bar{E}_n$, $\bar{E}_k$. Ситуация аналогична ситуации в геометрии Евклида, где группа активных преобразований пространства переводит тело из одного положения в другое, не изменяя его внутр. структуры.

Подвергнем теперь преобразованию Пуанкаре саму систему L, к-рая перейдёт в систему L' с такими же, как в L, часами и масштабами. Т. к. измерение есть нек-рое событие, соответствующее фиксации совпадений отсчёта часов и делений на линейках с нек-рым событием в L, то условие сохранения совпадений означает, что 4-координаты $(\bar{x}^\nu_i)'$ события $\bar{E}_i$ в L' и 4-координаты x^ν_i события E_i в L совпадают: $(\bar{x}^\nu_i)' \equiv x^\nu_i$.

Если ввести преобразование, связывающее координаты события $(x^\mu)'$ в L' и координаты того же события в $L - x^\nu$ (такие преобразования наз. пассивными), то оно будет иметь вид

$$x^\mu = b^\mu_\nu (x^\nu)' + c^\mu, \quad (6)$$

где свойства b^μ_ν и c^μ такие же, как и для активного преобразования.

Преобразования Пуанкаре (P) образуют *группу*. Как известно, условия того, что нек-рая совокупность элементов образует группу, следующие. а) Для любых двух элементов P_1 и P_2 определено произведение $P_1 P_2$. В случае преобразований Пуанкаре (активных) произведение определяется как результат последоват. выполнения преобразования P_2 и затем P_1. Из условия $\det|B^\mu_\nu| = 1$ следует разрешимость (3) относительно x^ν. б) Операция умножения ассоциативна: $P_1(P_2 P_3) = (P_1 P_2) P_3$. Для преобразований Пуанкаре ассоциативность очевидна, т. к. если P_3 переводит объект A в B, P_2 — B в C и P_1 — C в D, то, по определению, $(P_2 P_3)$ переводит A в C и P_1 — C в D; соответственно $P_1(P_2 P_3)$ — A в D. Аналогично $(P_1 P_2)$ — B в D и $(P_1 P_2) P_3$ также переводит A в D. в) Существует единица группы I такая, что $IP = PI = P$. Это выполняется, если $B^\mu_\nu = \delta^\mu_\nu$, $C^\mu = 0$. г) Для любого P существует обратное преобразование P^{-1} такое, что $PP^{-1} = P^{-1}P = I$. Последнее очевидно, т. к. вследствие того, что $\det|B^\mu_\nu| = 1$, соотношение (3) может быть разрешено относительно x^ν.

Группа Пуанкаре содержит в качестве подгруппы группу сдвигов во времени и в пространстве. Физически это означает, что в любой и. с. о. опыт, проведённый в др. время или в др. месте, даёт тот же результат (если установка изолирована от внеш. воздействий). Из группы Пуанкаре можно выделить подгруппу трёхмерных вращений и сдвигов:

$$(x^i)' = A^i_k x^k + D^i, \quad (7)$$

где лат. буквами ($i, k = 1, 2, 3$) обозначены пространств. индексы. Инвариантность относительно преобразований (7) означает, что в любой и. с. о. пространство однородно и изотропно.

Преобразования (3) содержат также преобразования, наз. бустами. При таких преобразованиях покоящаяся в L точка ($x' = \mathrm{const}$) переходит в точку, движущуюся со скоростью v, а точка, движущаяся в L со скоростью v', переходит в точку, движущуюся со скоростью v'', соответствующей релятивистскому закону сложения скоростей (см. ниже). В отличие от подгруппы (7), бусты подгруппы не образуют. Группа Пуанкаре содержит 10 независимых параметров. Коэф. A^μ_ν или B^μ_ν с учётом условия (4) содержит шесть независимых параметров, а четыре сдвига произвольны.

Инвариантность s^2 относительно преобразований группы Пуанкаре означает, в частности, инвариантность ур-ния $s^2 = 0$. В свою очередь это означает инвариантность скорости света относительно всех преобразований, перечисленных выше (в действительности, согласно частной О. т., со скоростью света движется любая безмассовая частица). В частности, скорость света не изменяется при движении источника. (Событием E может служить испускание света движущимся источником.) Этот факт является одной из основных черт О. т.

Возможность реализации в L и L' последовательностей событий с одинаковыми координатами относитель-