полиномиальные решения $\breve{y}_m(x)$ и $\breve{y}_n(x)$ ур-ния (6) при $\lambda_m \neq \lambda_n$ ортогональны в смысле суммы:

$$\sum_{s_i=a}^{b-1} \breve{y}_m(x_i)\breve{y}_n(x_i)\rho(s_i)\Delta x(s_i - {}^1/_2) = \delta_{mn}d_n^2, \qquad (8)$$

$$x_i = x(s_i).$$

Решения (7), для к-рых справедливо свойство (8) (причём на отрезке $[a, b-1]$ ф-ция $\rho(s)$ не меняет знак, ф-ция $x(s)$ — монотонна), наз. классич. О. п. дискретной переменной на неравномерных сетках.

Т. к. свойство ортогональности (8) для классич. О. п. дискретной переменной получается из свойства ортогональности для произвольных О. п. в результате замены определённого интеграла на сумму, то для полиномов $\breve{y}_n[x(s)]$ при соответствующем определении скалярного произведения $(\breve{y}_n, \breve{y}_m)$ сохраняются все общие свойства произвольных О. п. $p(x)$. В частности, справедливо рекуррентное соотношение. Среди полиномиальных решений ур-ния (6) наиб. известны полиномы Хана $h_n^{(\alpha,\beta)}(x, N)$, полиномы Мейкснера $m_n^{(\gamma,\mu)}(x)$, полиномы Кравчука $k_n^{(p)}(x, N)$ и полиномы Шарлье $c_n^{(\mu)}(x)$(случай линейной сетки $x(s) = s$; табл. 2).

Табл. 2.

$y_n(x)$	$h_n^{(\alpha,\beta)}(x,N)$	$m_n^{(\gamma,\mu)}(x)$	$k_n^{(p)}(x,N)$	$c_n^{(\mu)}(x)$
(a,b)	$(0,N)$	$(0,\infty)$	$(0,N+1)$	$(0,\infty)$
$\rho(x)$	$\frac{\Gamma(\alpha+N-x)\Gamma(\beta+x+1)}{\Gamma(N-x)\Gamma(x+1)}$ $\alpha > -1,\ \beta > -1$	$\frac{\mu^x\Gamma(\gamma+x)}{\Gamma(x+1)\Gamma(\gamma)}$ $(\gamma > 0,\ 0 < \mu < 1)$	$\frac{N!p^xq^{N-x}}{\Gamma(x+1)\Gamma(N-x+1)}$ $(p > 0,\ q > 0,\ p+q=1)$	$\frac{e^{-\mu}\mu^x}{\Gamma(x+1)}$ $(\mu > 0)$
$\sigma(x)$	$x(\alpha+N-x)$	x	x	x
$\tau(x)$	$(\beta+1)(N-1)-(\alpha+\beta+2)x$	$\gamma\mu-(1-\mu)x$	$(pN-x)/q$	$\mu-x$
λ_n	$n(\alpha+\beta+n+1)$	$n(1-\mu)$	n/q	n
B_n	$(-1)^n/n!$	μ^{-n}	$(-1)^nq^n/n!$	μ^{-n}
d_n^2	$\frac{\Gamma(\alpha+n+1)\Gamma(\beta+n+1)\Gamma(\alpha+\beta+n+N+1)}{(\alpha+\beta+2n+1)n!\Gamma(\alpha+\beta+n+1)(N-n-1)}$	$\frac{n!(\gamma)_n}{\mu^n(1-\mu)^\gamma}$	$\frac{N!(pq)^n}{n!(N-n)!}$	$n!\mu^{-n}$

Через классич. О. п. дискретной переменной на линейной и квадратичной сетке выражаются матричные элементы представлений группы трёхмерных вращений, коэф. Клебша — Гордана и коэф. Рака.

Классич. О. п. как непрерывного, так и дискретного аргумента можно выразить через *гипергеометрические функции* и их обобщения.

Лит.: Бейтмен Г., Эрдейи А., Высшие трансцендентные функции, пер. с англ., 2 изд., т. 1, 1973; Суетин П. К., Классические ортогональные многочлены, 2 изд., М., 1979; Никифоров А. Ф., Уваров В. Б., Специальные функции математической физики, 2 изд., М., 1984; Никифоров А. Ф., Суслов С. К., Уваров В. Б., Классические ортогональные полиномы дискретной переменной, М., 1985.

А. Ф. Никифоров.

ОРТО- И ПАРАСОСТОЯНИЯ — энергетич. состояния квантовой системы, состоящей из частиц, спины к-рых параллельны (ортосостояния) и антипараллельны (парасостояния). В системе, состоящей из двух *фермионов* и находящейся в ортосостоянии, полный спин $S = 1$, а в системе, находящейся в парасостоянии, $S = 0$. Т. к. по отношению к перестановкам частиц полная волновая ф-ция фермионов антисимметрична, её координатная часть при этой операции умножается на $(-1)^S$. Отсюда следует, что при чётном (нечётном) полном спине система из двух фермионов может иметь только чётный (нечётный) орбитальный момент.

Термин «О.-и п.» чаще применяется к двухатомным молекулам с одинаковыми ядрами. Напр.: ортоводородная молекула H_2 с параллельными спинами ядер и полным ядерным спином $I = 1$; параводород — молекула H_2 с антипараллельными спинами ядер и $I = 0$. Молекулы ортоводорода и параводорода практически не взаимодействуют друг с другом и ведут себя как разл. модификации вещества с близкими свойствами.

Термин «О.- и п.» ранее применялся также для атома Не (ортогелий, парагелий). Эти состояния Не не считались его разл. модификациями, т. к. переходы между синглетной системой уровней энергии Не (парасостояния) и триплетными (ортосостояния) — *интеркомбинационные квантовые переходы* — ранее не наблюдались.

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Квантовая механика, 4 изд., М., 1989.

И. Л. Бейгман.

ОРТОНОРМИРОВАННАЯ СИСТЕМА ВЕКТОРОВ — множество ненулевых векторов $\{x_\alpha\}$ *векторного пространства* X со *скалярным произведением* $(x_\alpha, x_\beta) = \delta_{\alpha\beta}$, где символы Кронекера $\delta_{\alpha\beta} = 0$ при $\alpha \neq \beta$ и $\delta_{\alpha\beta} = 1$ при $\alpha = \beta$. О. с. в. наз. полной, если для любого $f \in X$ ряд $\sum_{\alpha=1}^{\infty} x_\alpha\ (f,\ x_\alpha)$ сходится по норме к f. Полная О. с. в. наз. базисом пространства X. Числа $f_\alpha = (f,\ x_\alpha)$ наз. коэф. Фурье f относительно О. с. в. $\{x_\alpha\}$. Для полной О. с. в. выполнено равенство Парсеваля: $(f, f) = \sum_{\alpha=1}^{\infty} |f_\alpha|^2$. *Гильбертово пространство* является сепарабельным (т. е. содержит всюду плотное счётное подмножество) тогда и только тогда, когда в нём существует полная О. с. в.

Для всякой линейно независимой системы векторов $\{a_j\}$ сепарабельного гильбертова пространства можно построить базис $\{b_j\}$. Процесс построения О. с. в. наз. ортогонализацией системы $\{a_j\}$, он применим к конечной и к счётной системе векторов: $b_1 = a_1$,

$$b_{i+1} = a_{i+1} + \sum_{j=1}^{i} \alpha_j b_j, \qquad \text{где} \quad \alpha_j = -(a_{i+1}, b_j)/(b_j,\ b_j).$$

Нормируя полученную систему $\{b_j\}$, получим искомую О. с. в. Др. источником О. с. в. являются эрмитовы *линейные операторы*, т. к. собств. векторы эрмитова оператора, соответствующие разл. собств. значениям, ортогональны. Поэтому для каждого эрмитова оператора существует О. с. в., состоящая из его собств. векторов.

Важный пример О. с. в.— базис гильбертова пространства l^2, состоящего из векторов x вида $(\alpha_1, \alpha_2, \ldots)$, где $(x,\ x) = \sum_{n=1}^{\infty} |\alpha_n|^2 < \infty$. Т. к. любое сепарабельное гильбертово пространство изоморфно либо конечномерному *евклидову пространству*, либо пространству l^2, для О. с. в. l^2 выполнены те же свойства, что и для ортогональной системы функций.

Л. О. Чехов.

ОСВЕЧИВАНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ — фотометрич. величина, характеризующая энергию оптич. излучения, распространяющегося от источника излучения в данном направлении внутри малого телесного уг-