лему определения собств. ф-ций и собств. значений нек-рого О. или неск. коммутирующих друг с другом О. можно представить как проблему одноврем. диагонализации их матричных представлений.

Если в качестве базисных ф-ций $\{\psi_n(x)\}$ используются собств. ф-ции оператора Гамильтона, $\hat{H}\psi_n = \mathscr{E}_n\psi_n$, то говорят об энергетич. представлении О. и ф-ций состояния. Однако собств. ф-ции О. $\hat{H}$, как правило, неизвестны. Поэтому в ряде случаев в качестве системы базисных ф-ций $\{\overset{(0)}{\psi}_n(x)\}$ выбирают собств. ф-ции той части $\hat{H}_0$ полного гамильтониана $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1$, для к-рой удаётся получить точное решение для собств. ф-ций и собств. значений, $\hat{H}_0\overset{(0)}{\psi}_n(x) = \overset{(0)}{\mathscr{E}}_n\overset{(0)}{\psi}_n(x)$, и затем уже в этом матричном представлении развивают теорию возмущений по параметру, к-рому пропорц. часть $\hat{H}_1$, как для расчёта собств. значений $\mathscr{E}_n$ полного $\hat{H}$, так и его собств. ф-ций.

Матричное представление является органичным для О. момента ввиду дискретности квантовых чисел l и m. Т. к. каждому l соответствует $2l + 1$ значений числа m, то собств. ф-ции О. $\hat{\boldsymbol{M}}^2$ и $\hat{\boldsymbol{M}}_z$ представляются столбцами, а О. момента — матрицами $(2l + 1)$-ранга, ненулевые элементы к-рых определяются ф-лами

$$\langle l, m|M^2|l, m\rangle = \hbar^2 l(l+1), \ \langle l, m|M_z|l, m\rangle = \hbar m,$$

$$\langle l, m|M_x + iM_y|l, m-1\rangle = \langle l, m-1|M_x - iM_y|l, m\rangle = \hbar\sqrt{(l-m+1)(l+m)}.$$

Эти же соотношения справедливы и для О. полного момента $\hat{\boldsymbol{J}} = \hat{\boldsymbol{M}} + \hat{\boldsymbol{S}}$, включающего помимо О. орбит. момента $\hat{\boldsymbol{M}}$ также и О. спина $\hat{\boldsymbol{S}}$ (для к-рого нематричного представления просто не существует), причём квантовое число j, заменяющее в этом случае l в приведённых выше ф-лах, принимает ряд целых или полуцелых значений, а число $m = -j, -j+1, \ldots, j$ пробегает $2j + 1$ значений.

Общие ф-лы для О. момента определяют также и О. спинового момента частицы $\hat{\boldsymbol{S}}$. Так, для частиц со спином $^1/_2$ О. спина $\hat{\boldsymbol{S}} = (\hbar/2)\boldsymbol{\sigma}$, где $\boldsymbol{\sigma}$ — двухрядные *Паули матрицы*. Поэтому и состояние электрона (в нерелятивистской теории) будет описываться соответственно двухкомпонентной волновой ф-цией [причём помимо классич. замены в гамильтониане этой системы $\boldsymbol{p} \to \boldsymbol{p} - (e/c)\boldsymbol{A}$ он должен быть дополнен энергией взаимодействия $-\boldsymbol{\mu}\mathscr{H}$ собств. магн. момента электрона $\boldsymbol{\mu} = (e\hbar/2mc)\boldsymbol{\sigma}$ с внеш. магн. полем $\mathscr{H}(\boldsymbol{r}, t)$]. В релятивистской теории электрона состояние частицы описывается четырёхкомпонентной волновой ф-цией (не исключено матричное представление для каждой из них) в соответствии с разл. спиновыми состояниями электрона и состояниями частица и античастица, а О. выражается четырёхрядными матрицами, элементы к-рых сами могут быть О. в к.-л. x-представлении. Простейшие примеры полных наборов коммутирующих О. для случая свободного движения электрона: гамильтониан $\hat{H}_D = c(\hat{\boldsymbol{p}}\boldsymbol{\alpha}) + mc^2\beta$, импульс, проекция спина на направление импульса $(\hat{\boldsymbol{S}}\hat{\boldsymbol{p}})$, где $\hat{\boldsymbol{S}} = (\hbar/2)\boldsymbol{\sigma}$, а $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$, β — четырёхрядные *Дирака матрицы*; или О. $\hat{H}_D$, $\hat{\boldsymbol{J}}^2$, $\hat{J}_z$ и О. инверсии $\hat{I}\beta$. Собств. ф-ции при первом выборе характеризуются плоскими волнами (с импульсом $\boldsymbol{p}$), проекцией спина $s = \pm^1/_2$ и энергией $\mathscr{E} = \pm c\sqrt{p^2 + m^2c^2}$, при втором — сферич. волнами, числами j, m и l (чётность). При движении электрона в центрально-симметричном поле $U(|\boldsymbol{r}|)$ системой коммутирующих О., полностью определяющих состояние системы, являются гамильтониан $\hat{H} = \hat{H}_D + U(|\boldsymbol{r}|)$, О. квадрата полного момента $\hat{J}^2$, его проекции $\hat{J}_z$ и чётности $\hat{I}\beta$. Для частиц со спином 1 необходимо использовать уже как минимум трёхрядные матрицы и т. д.

Представление вторичного квантования эффективно при рассмотрении систем, состоящих из большого числа одинаковых частиц (проблема мн. тел в статистич. механике; см. *Квантовая теория многих частиц*), или систем, допускающих существование любого числа частиц одного и того же сорта (см. *Квантовая теория поля*), и является одним из наиб. естеств. способов учёта свойств симметрии волновых ф-ций системы по отношению к перестановкам одинаковых частиц. В основе своей — это матричное представление, для формулирования к-рого используются N-частичные базисные ф-ции с определённым типом симметрии $\psi_n(x)$, сконструированные как симметризов. или антисимметризов. произведения одночастичных ф-ций $\varphi_f(x_i)$ (чаще всего для этого используются известные решения задач на свободное движение частицы данного типа), где $x = x_1, \ldots, x_N$, а в наборе квантовых чисел $n = \{\ldots, n_f, \ldots\}$ каждое из n_f указывает, сколько раз в структуре данной базисной ф-ции встречается ф-ция $\varphi_f(x_i)$ с данным индексом f. Числа n_f наз. *числами заполнения* (очевидно, $\sum\limits_f n_f = N$), а базисные ф-ции обычно обозначают символами $\psi_n(x) = |\ldots, n_f, \ldots>$, введёнными П. А. М. Дираком (P. A. M. Dirac), при этом $\psi^*(x) = <\ldots, n_f, \ldots|$. Отличие систем, симметричных и антисимметричных по отношению к перестановкам двух частиц, проявляется в том, что в первом случае (бозе-частицы) n_f могут принимать любые целые неотрицат. значения, а во втором (ферми-частицы) — только 0 и 1. Это ограничение на числа заполнения для ферми-систем выражает *Паули принцип*. О. динамич. величин, представленные соответствующими матрицами $<\ldots n_f, \ldots \ldots |F| \ldots, n_f', \ldots>$, действуя на волновую ф-цию, имеющую в этом представлении вид вектора с компонентами $\Phi(\ldots, n_f, \ldots)$, характеризуемыми определёнными наборами чисел n_f, «перепутывают» эти наборы. Иными словами, вместо нек-рого $\Phi(\ldots, n_f, \ldots)$ в результате действия О. F появляется амплитуда $\Phi(\ldots, n_f', \ldots)$, к-рая характеризуется уже другими, изменёнными числами заполнения тех же состояний f, т. е. О. в этом представлении меняют числа частиц в каждом из состояний f. Удобно рассматривать «элементарные» О., изменяющие на единицу к.-л. из чисел заполнения n_f, т. н. О. рождения и О. уничтожения частицы в состоянии f, и с их помощью выражать более сложные О. F. Действие каждого такого О. рождения и уничтожения меняет на единицу не только определённое число n_f, но и общее число частиц N. Т. о., для использования формализма вторичного квантования необходимо оперировать с бесконечным набором пространств и соответствующих им базисных систем ф-ций $|\ldots, n_f, \ldots>$ для всех значений общего числа N от нуля до бесконечности. Конкретный результат действия элементарных О. на эти базисные ф-ции определяется с помощью непосредств. расчёта соответствующих матричных элементов. Действие их на $|\ldots, n_f, \ldots>$ в случае бозе-систем можно представить в виде

$$a_f|\ldots, n_f, \ldots\rangle = \sqrt{n_f}|\ldots, n_f - 1, \ldots\rangle$$

для О. уничтожения a_f и

$$a_f^+|\ldots, n_f, \ldots\rangle = \sqrt{n_f + 1}|\ldots, n_f + 1, \ldots\rangle$$

для О. рождения a_f^+, причём ни a_f, ни a_f^+ не действуют на числа $n_{f'}$, если $f' \neq f$. Отсюда следуют перестановочные соотношения

$$\left[a_f, a_{f'}^+\right]_- = \Delta(f - f');$$

$$[a_f, a_{f'}]_- = \left[a_f^+, a_{f'}^+\right]_- = 0.$$