Строгое разграничение нелинейных волновых процессов на взаимодействия и самовоздействия справедливо лишь для плоских монохроматич. волн, для к-рых самовоздействия проявляются как самоиндуциров. изменения поглощения и фазовой скорости волны. Для реальных модулированных во времени и пространстве световых волн эта классификация условна. Самовоздействия волновых пакетов и пучков в кубичной среде (самоиндуциров. изменения формы модуляции) обусловлены четырёхфотонными взаимодействиями разл. компонент частотного и угл. спектров, продольными и поперечными взаимодействиями. Однако термины «взаимодействия» и «самовоздействия» широко используются и для модулиров. волн. В совр. Н. о. говорят о взаимодействиях, имея в виду взаимодействия волн с сильно различающимися частотами — процессы типа генерации гармоник, суммарных и разностных частот, параметрич. усиления и параметрич. генерации. Нелинейные преобразования частотного и угл. спектров квазимонохроматич. квазиплоских волн в средах с нечётными по полю нелинейностями относят к самовоздействиям.

Дело не только в терминологии, существенно различаются теоретич. подходы, физ. образы, используемые при исследовании взаимодействий и самовоздействий. В описании взаимодействий первоочередной интерес представляет динамика распределения энергии по спектру, а в описании самовоздействий главное — поиски автомодельных решений, стационарных волн, неустойчивостей и т. п.

Приближённые уравнения нелинейной геометрической оптики; связанные волны. Для большинства практически интересных задач Н. о. ур-ние (18) можно упростить, пользуясь методом медленно меняющихся амплитуд. Для плоских волн, распространяющихся в слабонелинейной среде,

$$\boldsymbol{E} = \sum_n \boldsymbol{E}_n = \sum_n \boldsymbol{e}_n A_n(t,\boldsymbol{r}) \exp i(\omega_n t - \mathbf{k}_n \boldsymbol{r}), \quad (19)$$

в первом приближении теории дисперсии полагая, что комплексные амплитуды A_n медленно изменяются на длине волны λ_n и периоде $T_n = 2\pi/\omega_n$, вместо (6), (18) получаем систему n связанных ур-ний 1-го порядка

$$\boldsymbol{S}_n\,[\boldsymbol{e}_n[\mathbf{k}_n\boldsymbol{e}_n]]\frac{\partial A_n}{\partial t} + [\boldsymbol{e}_n[\mathbf{k}_n\boldsymbol{e}_n]]\nabla A_n + (\boldsymbol{e}_n\hat{\alpha}\boldsymbol{e}_n)A_n + \boldsymbol{P}_{\text{нл}}(\omega_n)f_n(\boldsymbol{r}) = 0, \quad (20)$$

где $\boldsymbol{P}_{\text{нл}}(\omega_n)$ — спектральные компоненты нелинейной поляризации на частоте ω_n; $\hat{\alpha}$ — тензор, описывающий потери в среде; $\boldsymbol{S}_n$ — лучевой вектор; $f_n(\boldsymbol{r})$ — фактор, описывающий интерференцию свободных и вынужденных волн.

Дифракция, дисперсионное расплывание волновых пакетов. Наиб. адекватна нелинейным задачам юнговская трактовка дифракции (см. *Дифракция волн*). Её матем. аппарат никак не связан с принципом суперпозиции и базируется на параболич. ур-нии для комплексной амплитуды (см. *Волны*), описывающем «поперечную» диффузию поля, что тесно связано с методом медленно меняющихся амплитуд.

Системой связанных параболич. ур-ний

$$[\boldsymbol{e}_n[\mathbf{k}_n\boldsymbol{e}_n]]\nabla A_n + \frac{i}{2}\Delta_\perp A_n + (\boldsymbol{e}_n\hat{\alpha}\boldsymbol{e}_n)A_n + \boldsymbol{P}_{\text{нл}}(\omega_n)f_n(\boldsymbol{r}) = 0 \quad (21)$$

описывается распространение монохроматич. волновых пучков в нелинейной среде. Аналогичные по структуре ур-ния описывают и взаимодействия плоских волновых пакетов в нелинейной диспергирующей среде. Во втором приближении теории дисперсии, рассматривая для простоты плоский пакет в изотропной среде, получим параболич. ур-ние вида

$$\frac{\partial A}{\partial z} - \frac{i}{2}\frac{\partial^2 \mathrm{k}}{\partial\omega^2}\cdot\frac{\partial^2 A}{\partial\eta^2} + \hat{\alpha}A_n + P_{\text{нл}}(\omega_n)f_n(z) = 0, \quad (21a)$$

где $\eta = t - z/u$, u — групповая скорость пакета.

Локальные и накапливающиеся нелинейные эффекты. В протяжённой среде, характерный размер к-рой существенно превышает длину волны, эффективность нелинейного взаимодействия определяется величиной локального нелинейного отклика (величиной $\sim \chi^{(2)}E$ в квадратичной среде и $\chi^{(3)}E^2$ — в кубичной) и условиями интерференции свободных и вынужденных волн.

Сильные нелинейные взаимодействия (сильный энергообмен между взаимодействующими волнами) удаётся получить и в слабонелинейной среде, в к-рой $\chi^{(2)}E \ll 1$, $\chi^{(3)}E^2 \ll 1$. Малость локального нелинейного отклика компенсируется организацией накапливающихся взаимодействий. Последнего можно добиться за счёт подбора дисперсионных свойств среды. Пример этого — генерация 2-й оптич. гармоники в двулучепреломляющем кристалле. В приближении геом. оптики система связанных ур-ний (20) сводится к двум ур-ниям 1-го порядка для амплитуд осн. волны A_1 и 2-й гармоники A_2 (без учёта потерь):

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{1}{u_1}\frac{\partial A_1}{\partial t} = -i\beta_1 A_2 A_1^* \exp(i\Delta kz);$$
$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + \frac{1}{u_2}\frac{\partial A_2}{\partial t} = -i\beta_2 A_1^2 \exp(-i\Delta kz). \quad (22)$$

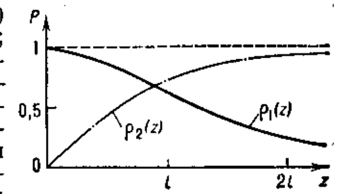
Здесь u_1, u_2 — групповые скорости, $\beta_1 = 2\pi(\boldsymbol{e}_1\hat{\chi}^{(2)}\boldsymbol{e}_2\boldsymbol{e}_1)\omega_1^2/k_1c^2$, $\beta_2 = \pi(\boldsymbol{e}_2\hat{\chi}^{(2)}\boldsymbol{e}_1\boldsymbol{e}_1)\omega_2^2/k_2c^2$ — коэф. нелинейной связи, ось z направлена вдоль $\mathbf{k}_1$, $A_i = \rho_i\exp(i\varphi_i)$. Расстройка волновых векторов $\Delta k = k_2 - 2k_1$ определяет картину интерференции свободной (волновое число k_2) и вынужденной (волновое число $2k_1$) волн. Генерация гармоники наиб. эффективна в условиях фазового и *группового синхронизма*, когда

$$\Delta k = 0; \quad u_1 = u_2. \quad (23)$$

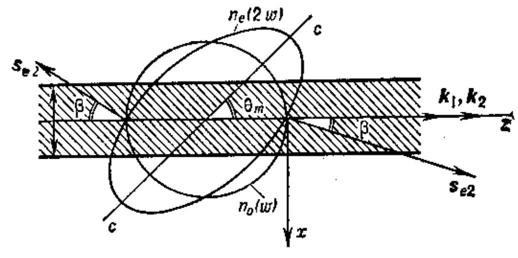
Тогда для вещественных амплитуд ρ_1, ρ_2 из (22) получаем ($\beta_1 = \beta_2 = \beta$):

$$\rho_1(\eta, z) = \rho_{10}(\eta)\,\mathrm{sech}\,(\beta\rho_{10}z),$$
$$\rho_2(\eta, z) = \rho_{10}(\eta)\,\mathrm{th}\,(\beta\rho_{10}z). \quad (24)$$

Графики решений (20), (24) представлены на рис. 4(*а*); видно, что при выполнении условия (23) вся энергия основной волны переходит в гармонику, реализуется накапливающееся взаимодействие; оптический удвоитель частоты



а



б

Рис. 4. Удвоение частоты света: *а* — пространственное изменение вещественных амплитуд ρ_1, ρ_2 в условиях фазового синхронизма; *б* — схема реализации условий фазового синхронизма в двулучепреломляющем кристалле. Приведены сечения поверхностей показателя преломления для обыкновенной $n_o(\omega)$ и необыкновенной $n_e(2\omega)$ волн.

обладает кпд $\sim 100\%$. Если же расстройка Δk велика, быстро осциллирующий член в правых частях уравнений (22) практически полностью подавляет