дифференц. оператор, а экспонента определена разложением в ряд. В этой ф-ле оператор X выступает как генератор однопараметрич. группы преобразований.

Группа преобразований α_t определяет для каждой точки $x \in M$ кривую $t \to x(t) = \alpha_t(x)$, к-рая проходит через эту точку и имеет в этой точке касат. вектор $X(x)$. Т. о., на М. определяется семейство кривых, касательных к векторному полю X. В координатной окрестности U эти кривые являются решениями системы дифференц. ур-ний

$$dx^i(t)/dt = X^i(x^1(t), \dots, x^n(t)).$$

Если φ — ф-ция на M, то на кривой $t \to x(t)$ она превращается в ф-цию одного параметра, $t \to \varphi(x(t))$. Зависимость от этого параметра описывается тогда дифференц. ур-нием $d\varphi/dt = X\varphi$. Т. о., векторные поля позволяют инвариантным образом записывать дифференц. ур-ния на М.

Напр., фазовое пространство *гамильтоновой системы* с n степенями свободы представляет собой $2n$-мерное М., в окрестности каждой точки к-рого можно ввести канонич. координаты $\{p_1, \dots, p_n, q^1, \dots, q^n\}$ (обобщённые импульсы и обобщённые координаты). Разл. канонич. координаты связаны канонич. преобразованиями. Динамика системы задаётся ф-цией Гамильтона H, определённой на фазовом пространстве. Векторное поле в этом пространстве, к-рое в канонич. координатах имеет вид

$$I = \sum_i \left(\frac{\partial H}{\partial p_i} \frac{\partial}{\partial q^i} - \frac{\partial H}{\partial q^i} \frac{\partial}{\partial p_i} \right),$$

наз. гамильтоновым полем.

В каждой точке это поле касательно к интегральной кривой ур-ний Гамильтона, а соответствующая этому полю однопараметрич. группа преобразований фазового пространства, α_t, описывает эволюцию системы с течением времени. Если φ — ф-ция на фазовом пространстве, то её изменение с течением времени описывается ур-нием $d\varphi/dt = I\varphi$. Это ур-ние можно записать при помощи *Пуассона скобок*:

$$d\varphi/dt + \{H, \varphi\} = 0.$$

Преобразование М. α естеств. образом определяет не только преобразование α^* ф-ций на этом М., но и преобразование α' векторных полей. Если векторное поле X соответствует однопараметрич. группе преобразований $t \to \alpha_t$, то новое поле $\alpha' X$ определяется группой $t \to \alpha\alpha_t\alpha^{-1}$. Можно определить это поле и непосредственно, $\alpha' X = \alpha^* \cdot X \cdot (\alpha^*)^{-1}$, где векторные поля справа и слева следует понимать как дифференц. операторы в пространстве ф-ций.

Если векторное поле X порождено группой преобразований α_t, то коммутатор двух векторных полей можно выразить через эту группу:

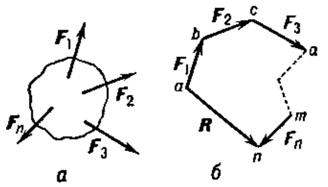
$$[X, Y] = -\frac{d}{dt} \alpha'_t Y \Big|_{t=0}.$$

Напр., пусть G — группа Ли (см. *Группа*) и R_g, L_g — операторы (преобразования) правого и левого сдвигов на ней, $R_g(g') = g'g$, $L_g(g') = gg'$. Тогда каждой однопараметрич. подгруппе $t \to g(t)$ в группе G соответствует однопараметрич. группа преобразований группы G, понимаемой как М., $t \to R_{g(t)}$. Эта группа в свою очередь порождает векторное поле $X = dR_{g(t)}/dt|_{t=0}$, инвариантное относительно левого сдвига (левоинвариантное), $L'_g X = X$. Все такие поля образуют алгебру Ли, изоморфную алгебре Ли группы G. Другую реализацию алгебры Ли группы G образуют все правоинвариантные векторные поля, порождаемые группами преобразований $t \to L_{g(t)}$.

Лит.: Номидзу К., Группы Ли и дифференциальная геометрия, пер. с англ., М., 1960; Бишоп Р., Криттенден Р., Геометрия многообразий, пер. с англ., М., 1967; Арнольд В. И., Математические методы классической механики, 2 изд., М., 1979; Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т., Современная геометрия, 2 изд., М., 1986; Шутц Б., Геометрические методы математической физики, пер. с англ., М., 1984; Рихтмайер Р., Принципы современной математической физики, пер. с англ., т. 2, М., 1984.

М. Б. Менский.

МНОГОУГО́ЛЬНИК СИЛ — ломаная линия, к-рая строится для определения гл. вектора (геом. суммы) данной системы сил. При построении М. с. для системы сил $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, ..., $\boldsymbol{F}_n$ (рис.) от произвольной точки a откладывают в выбранном масштабе вектор $\boldsymbol{ab}$, изображающий силу $\boldsymbol{F}_1$, от его конца откладывают вектор $\boldsymbol{bc}$, изображающий силу $\boldsymbol{F}_2$, и т. д. и от конца m предпоследней силы откладывают вектор $\boldsymbol{mn}$, изображающий силу $\boldsymbol{F}_n$ (рис., *б*). Фигура $abc...mn$ наз. М. с. Вектор $\boldsymbol{an}$, соединяющий в М. с. начало первой силы с концом последней, изображает геом. сумму $\boldsymbol{R}$ данной системы сил. Если точка n совпадает с a, М. с. наз. замкнутым; в этом случае $R = 0$. Правило М. с. может быть получено последоват. применением правила параллелограмма сил. Построением М. с. можно пользоваться при графич. решении задач статики для системы сил, расположенных в одной плоскости.



МНОГОФА́ЗНОЕ ТЕЧЕ́НИЕ — течение смеси, в к-рой могут присутствовать газообразная, жидкая и твёрдая фазы неск. веществ. М. т., как правило, является *неравновесным течением*. К М. т. относят течение смеси газа с каплями и твёрдыми частицами одного или неск. веществ, смеси жидкости с твёрдыми частицами и газовыми пузырями, смеси жидкостей с каплями жидкости и газовыми пузырями др. состава, смеси газов, жидкостей и твёрдых частиц; течения композиц. материалов, водонасыщенных грунтов и т. п.

М. т.— течение гетерогенных смесей в отличие от течения однородных по фазовому состоянию гомогенных смесей. Частный случай М. т.— *двухфазное течение*, в к-ром присутствуют только две фазы вещества. Жидкие и твёрдые частицы, газовые пузыри в М. т. могут различаться не только физ. свойствами входящих в них молекул, но и скоростями, темп-рой и плотностью. При М. т. происходят фазовые превращения: конденсация и испарение, плавление, кристаллизация, сублимация.

М. т. по сравнению с гомогенным течением существенно сложнее. Так, при взаимодействии твёрдых или жидких частиц с газом возможно их ускорение или замедление, нагрев или охлаждение, что приводит к аэродинамич. дроблению, испарению, слиянию (коагуляции) жидких частиц, что в свою очередь оказывает воздействие на параметры газовой фазы. Эти же эффекты могут приводить к сепарации частиц разл. размеров, к повышенной концентрации их в разных областях течения и, наоборот, к полному отсутствию в других. Твёрдые частицы при взаимодействии могут упруго и неупруго сталкиваться, дробиться и т. д. В потоках газа с твёрдыми и жидкими частицами, а также в парожидкостных потоках, движущихся в каналах, трубах и соплах реактивных двигателей и аэродинамич. труб, при М. т. возможны образование плёнок на стенках, срыв и осаждение капель и частиц на них, теплообмен между паром, каплями и плёнкой. Твёрдые или жидкие частицы могут попадать на стенки, осаждаться на них либо отражаться и вновь попадать в поток. При взаимодействии частиц со стенками возможны динамич. и тепловые разрушения последних (эрозия).

Т. о., при М. т. происходит чрезвычайно сложное взаимодействие фаз, сопровождающееся различными физ.-хим. процессами, изменяющими состав, газодинамич. и термодинамич. параметры каждой из фаз, их массовую долю и размеры включений (жидких либо твёрдых частиц, пузырьков). При взаимодействии фаз происходит обмен массой, импульсом и энергией. При М. т. процессы диффузии, вязкого взаимодействия, тур-