и М. *риманова пространства* определяются *метрическим тензором*. М. *гильбертова пространства* задаётся его нормой (или скалярным произведением). Понятие М. применяется и в тех случаях, когда не все условия 1—3 выполнены: напр., если $\rho(x, y) = 0$ не только при $x = y$, то ρ наз. псевдометрикой. Если М. не является положительно определённой, то её наз. *индефинитной метрикой*; физ. примером такой ситуации служит М. пространства Минковского в *относительности теории*.

В. П. Павлов.

МЕ́ТРИКА ИНДЕФИНИ́ТНАЯ — см. *Индефинитная метрика*.

МЕ́ТРИКА ПРОСТРА́НСТВА-ВРЕ́МЕНИ — основная геом. структура, к-рой наделяется пространственно-временно́е многообразие в специальной и общей теории относительности; определяется заданием поля симметричного ковариантного тензора 2-го ранга с отличным от нуля определителем — метрического тензора.

Метрич. тензор в спец. теории относительности имеет вид $\eta_{\mu\nu} = \mathrm{diag}\ (1, -1, -1, -1)$ (псевдоэвклидова метрика сигнатуры —2); пространственно-временно́е многообразие с такой метрикой наз. пространством-временем Минковского. В общей теории относительности вводится метрич. тензор $g_{\mu\nu}(x)$ более общего вида, удовлетворяющий, однако, требованию, чтобы в достаточно малой окрестности любой заданной пространственно-временно́й точки x спец. выбором координат $g_{\mu\nu}(x)$ можно было свести к $\eta_{\mu\nu}$; такое пространство-время (п.-в.) является псевдоримановым пространством сигнатуры —2.

М. п.-в. задаёт квадрат *интервала* — «расстояния» между событиями, с к-рыми сопоставляются точки п.-в.:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu.$$

При преобразованиях пространственно-временны́х координат метрич. тензор, вообще говоря, изменяется (такие преобразования включают и переход к произвольно движущейся в каждой точке системе отсчёта) так, чтобы величина ds^2 оставалась инвариантной. Существуют, однако, преобразования, оставляющие метрич. тензор форминвариантным (преобразования изометрии), они выражают собой геом. симметрии п.-в., обусловленные физ. содержанием теории. Так, метрич. тензор п.-в. Минковского в спец. теории относительности не изменяется при преобразованиях координат из группы Пуанкаре, включающих переносы начала отсчёта пространственных координат и времени, повороты пространственных осей и *Лоренца преобразования*. Поскольку последние интерпретируются как описывающие переход от одной инерц. системы отсчёта к другой, инвариантность метрики п.-в. Минковского означает, что ур-ния, записанные в лоренц-ковариантной форме, будут автоматически удовлетворять *относительности принципу* Эйнштейна.

В общей теории относительности существование преобразований, не изменяющих М. п.-в., возможно лишь при наличии соответствующих симметрий гравитац. поля. Так, метрич. тензор п.-в. Шварцшильда инвариантен относительно пространственных поворотов и временны́х сдвигов, что отражает центр. характер гравитац. поля и его статичность; структура метрич. тензора в моделях Фридмана, описывающих крупномасштабную структуру п.-в. Вселенной в целом, отражает факт однородности и изотропии Вселенной в больших масштабах (см. *Тяготение*). Если нек-рое преобразование изометрии порождается векторным полем, то такое векторное поле наз. полем Киллинга (W. Killing, 1892) и удовлетворяет ур-нию $\xi_{\mu;\nu} + \xi_{\nu;\mu} = 0$, где точкой с запятой обозначена ковариантная производная, согласованная с метрикой.

Следует иметь в виду, что М. п.-в. отражает не только характер гравитац. поля, но и выбор системы координат в п.-в. (системы отсчёта). Так, переход к криволинейным координатам в п.-в. Минковского (к ускоренной системе отсчёта) приводит к метрич. тензору общего вида, однако собственно гравитац. по́ля в этом случае нет. Истинное гравитац. поле связано с тензором кривизны Римана — Кристоффеля, к-рый равен нулю в плоском п.-в. в любой системе отсчёта.

М. п.-в. в случае слабого гравитац. по́ля непосредственно связана с ньютоновским гравитац. потенциалом φ, а именно: $g_{\mu\nu} \approx \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$, где $h_{\mu\nu}$ малые добавки, характеризующие отклонение метрики от плоской, причём $h_{00} = 2\varphi/c^2$.

Помимо задания расстояний в пространстве-времени, М. п.-в. служит для определения «длины» 4-векторов A, $\sqrt{A^2} = \sqrt{A^\mu A^\nu g_{\mu\nu}}$, а также позволяет ввести операции поднятия и опускания индексов у векторов и тензоров. Определитель метрич. тензора задаёт инвариантный элемент объёма в п.-в.: $d\Omega = \sqrt{-g}\, d^4x$, где g — определитель метрич. тензора.

Лит. см. при ст. *Относительности теория*, *Тяготение*.

Д. В. Гальцов.

МЕТРИ́ЧЕСКАЯ НЕРАЗЛОЖИ́МОСТЬ — матем. формулировка свойства *эргодичности*, к-рая используется для доказательства равенства средних по времени средним статистическим в равновесной *статистической физике*. М. н. предполагает невозможность разложения произвольной *динамической системы* на эргодич. компоненты. В применении к траекториям изолиров. механич. системы из N частиц в фазовом пространстве $6N$ измерений М. н. предполагает, что траектории плотно заполняют поверхность пост. энергии, но не могут, как предполагал Л. Больцман (L. Boltzmann), проходить с течением времени через все точки этой поверхности. Такое определение эргодичности (см. *Эргодическая гипотеза*) приводило бы к противоречию из-за отсутствия самопересечения фазовых траекторий. Доказательство эргодич. теоремы в квантовой механике дано Дж. Нейманом (J. Neumann) [1], в классич. статистич. механике — Э. Хопфом (E. Hopf) [2] и Н. Н. Боголюбовым [3], обзор разл. применений М. н. не только к статистич. механике, но и к др. задачам теории вероятности см. в [4].

Лит.: 1) Нейман И., Математические основы квантовой механики, пер. с нем., М., 1964, с. 324—67; 2) Хопф Э., Эргодическая теория, пер. с нем., «Успехи матем. наук», 1949, т. 4, в. 1, с. 113—82; 3) Боголюбов Н. Н., Крылов Н. М., Результат действия статистического изменения параметров на движение динамических консервативных систем в течение достаточно длительного времени, в кн.: Боголюбов Н. Н., Избр. труды, т. 1, К., 1969; 4) Корнфельд И. П., Синай Я. Г., Фомин С. В., Эргодическая теория, М., 1980.

Д. Н. Зубарев.

МЕТРИ́ЧЕСКИЙ ТЕ́НЗОР — дважды ковариантный симметричный *тензор* $g_{ij}(x)$, заданный в области *риманова пространства* с координатами $x = (x^1, x^2, \ldots, x^n)$, причём матрица g_{ij} положительно определена: $g_{ij}T^iT^j > 0$, если вектор $T \neq 0$ (принято соглашение о суммировании по повторяющимся индексам). При замене координат $x^i \to y^i(x)$ М. т. g_{ij} переходит в $\tilde{g}_{ij} = g_{kl}(\partial x^k/\partial y^i)(\partial x^l/\partial y^j)$. М. т. иногда наз. римановой *метрикой*, поскольку он определяет расстояние в римановом пространстве: если задана кривая $x^i = x^i(t)$, $a \leqslant t \leqslant b$, то её длина

$$s = \int_a^b dt \left[g_{ij}(x(t))\frac{dx^i}{dt}\cdot\frac{dx^j}{dt}\right]^{1/2},$$

а элемент длины ds определён ф-лой $ds = g_{ij}dx^idx^j$, правая часть к-рой наз. первой (основной) квадратичной формой. Элемент объёма $dV = \sqrt{g}\, dx^1 \ldots dx^n$, а объём $V(U)$ области U равен

$$V(U) = \int_U \sqrt{g}\, dx^1 \ldots dx^n,$$

где $g = \det \|g_{ij}\|$. Если существуют координаты z^i, в к-рых М. т. имеет вид $g_{ij}(z) = \delta_{ij}$, где δ_{ij} — *Кронекера символ*, то метрика наз. евклидовой, а сама область риманова пространства является областью евклидова пространства.