

Напр., ф-ция $f(z) = \text{ctg}z$ является М. ф. и имеет простые полюсы в точках $z_n = \pi n, n = 0, \pm 1, \dots$ с гл. частями $h_n = (z - \pi n)^{-1}$. Для неё имеет место представление

$$\text{ctg}z = \frac{1}{z} + \sum_{n \neq 0}^{\infty} \left(\frac{1}{z - \pi n} + \frac{1}{\pi n} \right).$$

М. ф. ctg^2z имеет полюсы второго порядка в тех же точках $z_n = \pi n, n = 0, \pm 1, \dots$ с гл. частями ряда Лорана $h_n = (z - \pi n)^{-2}$. Соответственно разложение для неё имеет вид

$$\text{ctg}^2z = -1 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} (z - \pi n)^{-2}.$$

Лит. см. при ст. Аналитическая функция. Б. И. Завьялов.

МЕРЦАНИИ МЕТОД — метод определения параметров турбулентной среды и источника, к-рым просвечивается среда, на основе измерения статистич. характеристик флуктуаций потока излучения, вызванных модуляцией волн неоднородностями показателя преломления. Метод базируется на теории распространения волн в средах с показателем преломления, являющимся случайной ф-цией координат r (см. Распространение радиоволн в случайно неоднородных средах). Развитие возмущений поля волны начинается с развития фазовых возмущений, затем эффекты фокусировки, дифракции и интерференции приводят к появлению флуктуаций потока — мерцаниям (см. Мерцания радиоволн). Различают два режима мерцаний: режим слабых и режим сильных (насыщенных) мерцаний. Движение среды относительно луча зрения преобразует пространство флуктуации во временные.

Измеряемыми характеристиками флуктуаций потока излучения \dot{H} являются индекс мерцаний $m = \sqrt{\langle (\dot{H} - \langle \dot{H} \rangle)^2 \rangle} / \langle \dot{H} \rangle$ (угл. скобки обозначают ср. значение), корреляционная функция $B_H(\Delta r_{\perp}, \Delta t)$, где двумерный вектор Δr_{\perp} характеризует относительное положение точек измерения в картинной (нормальной лучу зрения) плоскости, Δt — разность времени наблюдения. Измеряют также пространственную $M_H(q_{\perp})$ и временную $M_H(f)$ спектральные ф-ции — Фурье преобразования B_H по Δr_{\perp} и Δt [$q = (q_x, q_y, q_z)$, где q_x, q_y, q_z — пространственные частоты, f — временная частота]. Наблюдения мерцаний проводят обычно на одиночных оптич. телескопах или радиотелескопах, реже используют систему из неск. интерферометров.

Определение параметров среды. Среда характеризуется корреляц. ф-цией флуктуаций показателя преломления $B_n(\Delta r)$ и спектральной ф-цией $\Phi_n(q)$ — преобразованием Фурье B_n по Δr . Задача восстановления характеристик среды по данным мерцаний имеет неоднозначное решение, поэтому вводят дополнит. предположения о модели среды и из сравнения теории с наблюдениями делают вывод о правильности или неправильности модели.

В режиме слабых мерцаний флуктуации потока описываются теорией возмущений в первом порядке, поэтому пространств. спектры флуктуаций потока и показателя преломления связаны линейным соотношением. Для случая бесконечно удалённого точечного источника это соотношение имеет вид

$$M_H(q_x, q_y) = 8\pi k^2 \int_0^z dz' \sin^2 \left[\left(q_x^2 + q_y^2 \right) (z - z') / 2k \right] \times \Phi_n(q_x, q_y, q_z = 0),$$

где $k = 2\pi\lambda$ — волновое число, ось z ориентирована вдоль луча зрения, интегрирование ведётся от источника к наблюдателю. Это соотношение используется для восстановления вида спектра Φ_n по наблюдаемому

спектру мерцаний источника M_H . Обычно измеряют временной спектр, к-рый в отличие от пространственного является одномерным. В простейшем случае однородного движения среды со скоростью v поперёк луча зрения временной спектр может быть получен из пространственного интегрированием по переменной, нормальной вектору скорости, напр. q_y , а переменная q_x заменяется на $2\pi f/v$. М. м. является наиб. информативным в интервале пространств. частот, прилегающих к частоте $\sqrt{k/z}$. Почти для всех типов сред (атмосфера, ионосфера, межпланетная и межзвёздная плазмы) характерны спектры показателя преломления степенного вида. Для этих сред характерные пространств. масштабы мерцаний близки к масштабу Френеля $a_{\infty} = \sqrt{z/k}$. В метровом диапазоне радиоволн $a_{\infty} \sim 1$ км для ионосферы, ~ 100 км для межпланетной плазмы и $\sim 10^8$ м для межзвёздной плазмы. Характерные времена мерцаний — минуты для ионосферы и межзвёздной плазмы, секунды для межпланетной плазмы.

Зондируя среду в разных направлениях, можно изучать крупномасштабную структуру уровня турбулентности. Методом картографирования индексов мерцаний изучена крупномасштабная структура межпланетной плазмы (рис. 1), ионосферы.

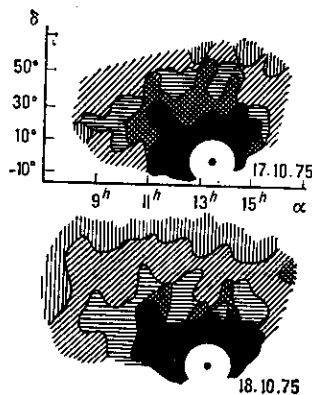


Рис. 1. Структура межпланетной плазмы, полученная по измерениям индексов мерцаний 150 радиостанций. Усиление плотности штриховки соответствует увеличению индекса мерцаний. α и β — прямое восхождение и склонение. В незаштрихованных областях измерения отсутствуют. Точкой показано положение Солнца.

В режиме насыщенных мерцаний индекс мерцаний близок к 1 и слабо зависит от параметров среды. Информация о среде содержится в пространственном и временном масштабах, в корреляц. и спектральной ф-циях. В этом режиме возникает тонкая структура модуляции потока при изменении несущей частоты волны. Корреляция флуктуаций потока на двух разнесённых частотах зависит от вида спектра турбулентности и от распределения турбулентной среды по лучу зрения. Осн. информацию о спектре неоднородностей межзвёздной плазмы дали наблюдения мерцаний пульсаров в режиме насыщения.

Измеряя корреляцию мерцаний в разнесённых точках, получают скорость движения среды или источника. В простейшем случае однородного движения со скоростью v имеем

$$B_H(\Delta r_{\perp}, \Delta t) = B_H(\Delta r_{\perp} - v_{\perp} \Delta t),$$

Δr_{\perp} и v_{\perp} — проекция разности координат и скорости на картинную плоскость. Этим методом измерены скорость солнечного ветра, скорости движения пульсаров.

Определение параметров источника излучения. Исходное излучение источника характеризуется распределением яркости $I(b)$, где $b = (\Delta\alpha, \Delta\delta)$ — уклонение угл. координат от ср. направления на источник. Используют также ф-цию видности, или ф-цию когерентности поля $B_E(\Delta r_{\perp})$, к-рая представляет собой отклик интерферометра с базой Δr_{\perp} и связана с $I(b)$ преобразованием Фурье. При восстановлении распределения яркости по источнику наиб. информативными являются мерцания на геометрически тонком слое случайно