ф-ция $f$ наз. *амплитудой рассеяния*. $S$ действует в пространстве квадратично суммируемых на сфере ф-ций (*волновых пакетов*). Благодаря описанному выше асимптотич. поведению этот оператор унитарен. Существование решений с нужным асимптотич. поведением следует из нестационарной теории рассеяния.

Для физ. приложений удобен др. базис в пространстве состояний — состояния с определ. энергией и угл. моментом, $|k, l\rangle$ (где $l$ — орбитальное квантовое число). Тогда $S$ представлен для бесспиновых частиц диагональной матрицей

$$\langle l',k' \mid S \mid k,l\rangle = \delta(k-k')\delta_{ll'}\, e^{2i\delta_l}, \qquad (7)$$

где $\delta_l(k)$ — *фаза рассеяния* ($\delta_{ll'}$ — символ Кронекера).

В более сложных случаях (частицы со спином, неупругое рассеяние, процессы рассеяния и поглощения частиц в релятивистской теории) элементы $S$-матрицы получают новые квантовые числа, и она перестаёт быть диагональной. Однако во всех случаях эфф. сечения непосредственно выражаются через квадраты модулей её элементов.

Т. о., для решения задачи рассеяния достаточно знать только асимптотику волновой ф-ции (или $S$-матрицу), а не её поведение при всех конечных $r$. Это побудило В. Гейзенберга (W. Heisenberg), исходившего из общей идеологии об исключении ненаблюдаемых величин, выдвинуть в 1943 $S$-матрицу как осн. объект теории, полностью характеризующий взаимодействие частиц, к-рый должен строиться непосредственно, без обращения к *гамильтониану* и связанному с детальным пространственно-временным описанием ур-нию Шрёдингера.

В *Фока представлении* $S$-матрица, как и любой др. оператор, может быть записана в виде формального ряда по операторам рождения и уничтожения, коэффициентные ф-ции к-рого непосредственно связаны с амплитудами перехода между любыми состояниями невзаимодействующих частиц. Эти коэффициентные ф-ции не могут быть совершенно произвольными. Определ. фундам. физ. требования, к-рым обязательно должна удовлетворять $S$-матрица, налагают на них ряд ограничений и взаимных связей. Из этих требований Гейзенбергом были явно сформулированы: 1) р е л я т и в и с т с к а я  к о в а р и а н т н о с т ь, т. е. вытекающее из *относительности теории* требование независимости теоретич. предсказаний от выбранной системы координат ($S$ должна быть инвариантом); 2) у н и т а р н о с т ь:

$$SS^+ = S^+S = 1 \qquad (8)$$

($^+$ означает эрмитово сопряжение), необходимая, чтобы сохранялась норма вектора состояния (вероятность найти систему после рассеяния в к.-л. состоянии должна равняться единице). В условие унитарности включают и требование существования полной системы состояний. Однако Гейзенберг не рассмотрел требования причинности, к-рому, хотя бы в виде условия макропричинности, теория обязательно должна удовлетворять. Поэтому такая постановка задачи оказалась слишком общей и не принесла сразу конечных результатов.

В дальнейшем в работах Э. Штюкельберга (E. C. G. Stueckelberg) и Н. Н. Боголюбова требование причинности было учтено. Чтобы его сформулировать, необходимы к.-л. локальные операторы. Н. Н. Боголюбов ввёл для этой цели вариационные производные $S$-матрицы по локальным (зависящим от точки $x$ пространства-времени) объектам (полям). В фоковском представлении $S$-матрицу можно представить в виде разложения по *нормальным произведениям* локальных квантовых полей $\varphi(x)$ (см. *Квантовая теория поля*):

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!}\int dx_1\ldots dx_n \Phi^n(x_1,\ldots,x_n){:}\varphi(x_1)\ldots\varphi(x_n){:}. \qquad (9)$$

Под знаком нормального произведения $:\ldots:$ поля $\varphi(x_i)$ удовлетворяют *Клейна — Гордона уравнению* или, как говорят, находятся на поверхности энергии. Чтобы воспользоваться обычным определением вариационной производной *функционала*, следует рассматривать это разложение при любых $\varphi(x)$, т. е. расширенным за поверхность энергии.

Т. о., чтобы наложить условие причинности и извлечь заложенную в нём физ. информацию, приходится сначала расширить введённое Гейзенбергом понятие М. р. до более широкого объекта — $S$-матрицы вне поверхности энергии, сформулировать для него условие микропричинности и после этого использовать связи между матричными элементами, к-рые из него следуют. Подчеркнём, что в конце концов с наблюдаемыми величинами опять связывается только ограничение М. р. на энергетическую поверхность.

Довести этот путь прямого построения М. р. до конечных ф-л, дающих полное описание рассеяния, удаётся только, если прибегнуть к разложению в ряды теории возмущений. При этом оказывается, что требования релятивистской инвариантности, унитарности и причинности ограничивают теорию столь же сильно, как и принятие гамильтонова метода, и приводят по существу к тем же результатам, что и развитый С. Томонагой (S. Tomonaga) и Ю. Швингером (J. Schwinger) способ, обобщающий на релятивистский случай упомянутый выше метод получения М. р. через асимптотику решений ур-ний Шрёдингера. На обоих путях для М. р. получается компактная символич. запись в виде т. н. хронологич. экспоненты (см. *Хронологическое произведение*):

$$S = T\left\{\exp\left[\, i\int L_{\text{int}}(x)dx\,\right]\right\}, \qquad (10)$$

где $L_{\text{int}}(x)$ — *лагранжиан* взаимодействия во *взаимодействия представлении*. Фактически эта ф-ла — краткая запись ряда теории возмущений, последоват. члены к-рого изображаются *Фейнмана диаграммами*, вычисляемыми с помощью правил Фейнмана, с применением процедуры *перенормировок*.

Однако теория возмущений не всегда применима. В таких случаях пользуются др. методами, в к-рых центр. роль играют рассмотрение М. р. в целом и изучение общих свойств её матричных элементов, прямо описывающих амплитуды процессов рассеяния и рождения. Гейзенберговы локальные операторы могут быть тогда выражены через расширенную за поверхность энергии М. р. и играют важную роль, поскольку через них накладывается центральное в $S$-матричном подходе условие причинности Боголюбова. Это условие приводит к обращению в нуль матричных элементов М. р. в определ. пространственно-временных областях. С др. стороны, условие унитарности в комбинации с положительностью масс всех состояний полной системы (условием спектральности) приводит к обращению в нуль фурье-образов тех же матричных элементов в определ. импульсных областях. Из этих двух свойств можно вывести, что для каждого заданного числа и сорта частиц амплитуды всех возможных реакций суть граничные значения одной *аналитической функции* многих комплексных переменных, фактически зависящей лишь от их лоренц-инвариантных комбинаций. Из этих свойств голоморфности можно вывести ряд непосредственно связывающих опытные факты физ. следствий. Так, в простых случаях двухчастичного рассеяния, напр. для рассеяния пионов на нуклонах, выписываются дисперсионные соотношения, выражающие вещественную часть амплитуды рассеяния через интеграл от её мнимой части (см. *Дисперсионных соотношений метод*). На этом пути приходят и к др. важным модельно независимым результатам, не опирающимся на конкретную форму взаимодействия, таким, как *перекрёстная симметрия*, *правила сумм*, *асимптотические теоремы*, результаты относительно асимптотич. автомодельно-