приписывать вакууму размерные значения проницаемостей:

$$\varepsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2}, \quad \frac{\Phi}{\text{м}},$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}, \quad \frac{\Gamma}{\text{м}}.$$

Значения коэф. в СИ: $\beta = 1$, $\alpha = \gamma = 1$, $\varepsilon_0\mu_0 = c^{-2}$.

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Теория поля, 7 изд., М., 1988; их же, Электродинамика сплошных сред, 2 изд., М., 1982; Власов А. А., Макроскопическая электродинамика, М., 1955; Никольский В. В., Теория электромагнитного поля, 3 изд., М., 1964; Джексон Дж., Классическая электродинамика, пер. с англ., М., 1965; Каценеленбаум Б. З., Высокочастотная электродинамика, М., 1966; Стражев В. И., Томильчик Л. М., Электродинамика с магнитным зарядом, Минск, 1975; Медведев Б. В., Начала теоретической физики, М., 1977; Новожилов Ю. В., Яппа Ю. А., Электродинамика, М., 1978; Туров Е. А., Материальные уравнения электродинамики, М., 1983; Фущич В. И., Никитин А. Г., Симметрия уравнений Максвелла, К., 1983; Бредов М. М., Румянцев В. В., Топтыгин И. Н., Классическая электродинамика, М., 1985.
М. А. Миллер, Е. В. Суворов.

МА́КСВЕЛЛА — БО́ЛЬЦМАНА РАСПРЕДЕЛЕ́НИЕ — см. в ст. *Больцмана распределение*.

МАКСИМА́ЛЬНАЯ РАБО́ТА в термодинамике — 1) работа, совершаемая теплоизолиров. системой при обратимом переходе из неравновесного состояния в равновесное (когда энтропия системы остаётся постоянной). 2) Работа, совершаемая системой в термостате при обратимом переходе из одного равновесного состояния в другое. Эта М. р. равна изменению величины $U - T_0S + P_0V$, где U — внутр. энергия тела, S, V — его *энтропия* и объём, T_0, P_0 — темп-ра и давление в термостате, отличающиеся от темп-ры T и давления P системы, т. е.

$$R_{\text{макс}} = -\Delta(U - T_0S + P_0V).$$

Предполагается, что в каждый данный момент система находится в равновесном состоянии, но не в равновесии со средой.

В частном случае, когда темп-ра и объём системы остаются неизменными, причём $T = T_0$, М. р. равна изменению свободной энергии (*Гельмгольца энергии*) F: $R_{\text{макс}} = -(\Delta F)_{V,T}$. В случае, когда постоянны темп-ра и давление системы, причём $T = T_0$, $P = P_0$, М. р. равна изменению *Гиббса энергии*: $R_{\text{макс}} = (\Delta G)_{P,T}$. Предполагается, что состояние системы определяется не только T и V (или T и P), но и др. параметрами, напр. при хим. реакциях или растворении. Эти параметры могут изменяться медленно.

Для адиабатич. процессов М. р. определяется изменением внутр. энергии U при заданных S и V или изменением *энтальпии* H при заданных S и P:

$$R_{\text{макс}} = -(\Delta U)_{S,V}, \quad R_{\text{макс}} = -(\Delta H)_{S,P}.$$

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Статистическая физика, ч. 1, 3 изд., М., 1976, § 19, 20. *Д. Н. Зубарев.*

МАКСИМА́ЛЬНОГО ПРАВДОПОДО́БИЯ МЕ́ТОД — метод оценивания неизвестных параметров для распределения случайной величины x по наблюдению её реализаций при параметрич. *анализе данных*. М. п. м. был предложен Р. Э. Фишером (R. A. Fisher) в 1912 и формулируется след. образом. Пусть плотность вероятности величины x есть $p(x|\boldsymbol{a})$, где $\boldsymbol{a}$ — вектор неизвестных параметров. Определим ф-цию правдоподобия выражением

$$L(\boldsymbol{a} \mid \boldsymbol{x}) = P(\boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{a}) = \prod_{n=1}^{N} p(x_n \mid)\boldsymbol{a}, \qquad (1)$$

к-рое в отличие от плотности вероятности $P(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{a})$ рассматривают как ф-цию вектора $\boldsymbol{a}$ при заданном векторе $\boldsymbol{x}$ реализовавшихся значений x_n. Оценкой М. п. м. наз. вектор $\hat{\boldsymbol{a}}$, отвечающий максимуму выражения (1) и принадлежащий допустимой области значений $\boldsymbol{a}$. Часто ищут максимум выражения $l(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{x}) = \ln L(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{x})$, что упрощает задачу поиска $\hat{\boldsymbol{a}}$ для экспоненциальных распределений. Идея М. п. м. заключается в том, что данная реализация вектора $\boldsymbol{x}$ должна отвечать наиболее вероятному значению $\boldsymbol{x}$, а потому при заданном $\boldsymbol{x}$ выражение $P(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{a})$ должно принимать макс. значение.

Напр., время жизни t нестабильных частиц подчиняется распределению $p(t|\tau) = \tau^{-1}\exp(-t/\tau)$, где τ — неизвестный параметр, характерный для каждой частицы. Пусть измерены времена жизни t_i для N распадов. Если пренебречь ошибками измерений t_i, то ф-ция правдоподобия равна

$$L(\tau \mid \boldsymbol{t}) = \tau^{-N}\exp\left\{-\sum_{n=1}^{N} t_n/\tau\right\}.$$

Оценка М. п. м. $\hat{\tau}$ получается из решения ур-ния правдоподобия

$$\partial l(\tau \mid \boldsymbol{t})/\partial\tau = -N/\tau + \tau^{-2}\sum_{n=1}^{N} t_n = 0$$

и равна $\hat{\tau} = N^{-1}\sum_{n=1}^{N} t_n$.

С М. п. м. связано неравенство Крамера — Рао: дисперсия $D(a)$ оценки параметра a, полученной любым методом, удовлетворяет неравенству

$$D(a) \geqslant [1 + db(a)/da]^2/\mathscr{U}(a), \qquad (2)$$

где

$$b(a) = M(\hat{a}) - a = \int dx\hat{a}(x)P(x \mid a) - a$$

наз. смещением оценки $\hat{a}$, а

$$\mathscr{U}(a) = M[(\partial l(a \mid x)/\partial a)^2] = -M[\partial^2 l(a \mid x)/\partial a^2]$$

наз. кол-вом информации в $\boldsymbol{x}$ о параметре a. В случае вектора параметров $\boldsymbol{a}$ неравенство (2) обобщается след. образом. Если ввести ср. значения a_i,

$$M(a_i) = a_i + b_i(\boldsymbol{a}) \equiv g_i(\boldsymbol{a}),$$

ковариационную матрицу

$$K_{ij} = M\left[\left(\hat{a}_i - g_i(\boldsymbol{a})\right)\left(\hat{a}_j - g_j(\boldsymbol{a})\right)\right],$$

матрицу $\Delta_{ij} = \partial b_i(\boldsymbol{a})/\partial a_j$ и информац. матрицу

$$\mathscr{U}_{nm} = M\left[\frac{\partial l}{\partial a_n}\,\frac{\partial l}{\partial a_m}\right] = -M\left[\frac{\partial^2 l}{\partial a_n \partial a_m}\right],$$

то справедливо неравенство

$$K \geqslant [I + \Delta]\mathscr{U}^{-1}[I + \Delta]^{\mathrm{T}}, \qquad (3)$$

где I — единичная матрица, т означает транспонирование. Если оценки $\hat{a}_i$ являются несмещёнными, то для дисперсий $\hat{a}_i$, как это следует из (3), выполняется неравенство

$$D(a_i) \geqslant (\mathscr{U}^{-1})_{ii}.$$

Неравенство Крамера — Рао полезно тем, что позволяет ещё на стадии планирования эксперимента оценить достижимую точность «измерения» параметров изучаемых распределений.

При нек-рых ограничениях на $p(x|a)$ можно показать, что оценка М. п. м. состоятельна, т. е. при $N \to \infty$ один из корней ур-ния правдоподобия, $\partial l(a|x)/\partial a = 0$, стремится к точному значению a. Оценка М. п. м. асимптотически распределена по нормальному закону с нулевым ср. значением и дисперсией, равной $\mathscr{U}^{-1}(a)$.

При конечных N оценка М. п. м., вообще говоря, является смещённой. Оптим. свойством оценки М. п. м. при конечных N оказывается то, что при нек-рых условиях $D(\hat{a})$ достигает нижней границы, задаваемой неравенством Крамера — Рао (2). В общем случае свой-