$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi}\left[\varepsilon E_\alpha E_\beta + \mu H_\alpha H_\beta - \frac{1}{2}(\varepsilon E^2 + \mu H^2)\right]. \quad (6)$$

Если поля $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ стационарны, то из соотношений (6) и (3) следует выражение для плотности объёмной силы:

$$\boldsymbol{f} \equiv \boldsymbol{f}_0 = \rho\boldsymbol{E} + \frac{1}{c}[\boldsymbol{jH}] - \frac{1}{8\pi}E^2\mathrm{grad}\,\varepsilon - \frac{1}{8\pi}H^2\mathrm{grad}\mu. \quad (7)$$

В М. т. н. (6) и соответственно в выражении для плотности объёмной силы (7) не учтена зависимость ε и μ от плотности среды, ответственная за возникновение магнито- и электрострикционных явлений — упругих деформаций, вызываемых в материальных средах эл.-магн. полями.

Если поля $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ нестационарны, то из (6) и (3) следует, вместо (7), соотношение

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{f}_0 + \frac{\varepsilon\mu}{4\pi c}\frac{\partial}{\partial t}[\boldsymbol{EH}]. \quad (8)$$

Казалось бы, в рассматриваемом случае изотропной среды не возникает никаких затруднений. М. т. н. симметричен, нет разногласий в том, как он выглядит, и как будто бы однозначно интерпретируется соотношение (8), аналогичное соотношению (4) для случая вакуума: второе слагаемое в (8) естественно считать скоростью изменения плотности импульса эл.-магн. поля в среде, равной, следовательно,

$$\boldsymbol{g}^{\mathrm{M}} = \varepsilon\mu[\boldsymbol{EH}]/4\pi c$$

(такой считал плотность импульса в среде Г. Минковский, H. Minkowski, 1908). Однако, согласно М. Абрагаму (M. Abraham, 1909), плотность импульса эл.-магн. поля в среде $\boldsymbol{g}^{\mathrm{A}} = [\boldsymbol{EH}]/4\pi c$. Приняв для плотности импульса в среде выражение Абрагама, можно переписать соотношение (8) в виде

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{f}_0 + \boldsymbol{f}^{\mathrm{A}} + \frac{1}{4\pi c}\frac{\partial}{\partial t}[\boldsymbol{EH}]. \quad (9)$$

Теперь последнее слагаемое в (9) описывает скорость изменения плотности импульса эл.-магн. поля в среде, а величина

$$\boldsymbol{f}^{\mathrm{A}} = \frac{\varepsilon\mu - 1}{4\pi c}\frac{\partial}{\partial t}[\boldsymbol{EH}] \quad (10)$$

представляет собой т. н. силу Абрагама. В 1975—77 предприняты попытки непосредств. измерения этой крайне малой силы. Объёмная сила, соответствующая силе Абрагама (10), была обнаружена в эксперименте канад. физиков (Walker G. B., Lahoz D., Walker G., «Can. J. Phys.», 1975, v. 53, p. 2577). Её существование свидетельствует в пользу выбора симметричного тензора энергии-импульса эл.-магн. поля в среде (и соответствующего симметричного М. т. н.) в форме Абрагама.

Лит.: Тамм И. Е., Основы теории электричества, 10 изд., М., 1989; Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Электродинамика сплошных сред, 2 изд., М., 1982; Гинзбург В. Л., Теоретическая физика и астрофизика, 3 изд., М., 1987.

Ю. П. Степановский.

МА́КСВЕЛЛА УРАВНЕ́НИЯ

Содержание:

Максвелла уравнения — ур-ния, к-рым подчиняется (в пределах применимости классической макроскопич. электродинамики, см. *Электродинамика классическая*), *электромагнитное поле* в вакууме и сплошных средах.

1. Краткая история

Установлению М. у. предшествовал ряд открытий законов взаимодействий заряженных, намагниченных и токонесущих тел (в частности, законов Кулона, Био — Савара, Ампера). В 1831 М. Фарадей (M. Faraday) открыл закон эл.-магн. индукции и примерно в то же время ввёл понятие электрич. и магн. полей как самостоят. физ. субстанций. Опираясь на фарадеевское представление о поле и введя ток смещения, равнозначный по своему магн. действию обычному электрич. току, Дж. К. Максвелл (J. C. Maxwell, 1864) сформулировал систему ур-ний, названную впоследствии ур-ниями Максвелла. М. у. функционально связывают электрич. и магн. поля с зарядами и токами и охватывают собой все известные закономерности макроэлектромагнетизма. Впервые о М. у. было доложено на заседании Лондонского Королевского общества 27 окт. 1864. Первоначально Максвелл прибегал к вспомогат. механич. моделям «эфира», но уже в «Трактате об электричестве и магнетизме» (1873) эл.-магн. поле рассматривалось как самостоят. физ. объект. Физ. основа М. у. — принцип близкодействия, утверждающий, что передача эл.-магн. возмущений от точки к точке происходит с конечной скоростью (в вакууме со скоростью света c). Он противопоставлялся ньютоновскому принципу дальнодействия, сводящемуся к мгновенной передаче воздействий на любое расстояние ($c \to \infty$). Матем. аппаратом теории Максвелла послужил векторный анализ, представленный в инвариантной форме через *кватернионы* Гамильтона. Сам Максвелл считал, что его заслуга состоит лишь в матем. оформлении идей Фарадея.

2. Каноническая форма

Канонич. форма записи, принятая ныне, принадлежит Г. Герцу (H. Hertz) и О. Хевисайду (O. Heaviside) и основана на использовании не кватернионных, а *векторных полей*: *напряжённости электрического поля* $\boldsymbol{E}$, *напряжённости магнитного поля* $\boldsymbol{H}$, векторов *электрической индукции* $\boldsymbol{D}$ и *магнитной индукции* $\boldsymbol{B}$. М. у. связывают их между собой, с *плотностью электрического заряда* ρ и *плотностью электрического тока* $\boldsymbol{j}$, к-рые рассматриваются как источники:

$$[\nabla\boldsymbol{H}] = \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$[\nabla\boldsymbol{E}] = -\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\nabla\boldsymbol{B} = 0, \quad (3)$$

$$\nabla\boldsymbol{D} = 4\pi\rho. \quad (4)$$

Здесь использована *Гаусса система единиц* (о записи М. у. в др. системах см. в разделе 15). Входящие в (1) — (4) величины $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{j}$ являются истинными, или полярными, векторами (а величина ρ — истинным скаляром), поля $\boldsymbol{H}$ и $\boldsymbol{B}$ — псевдовекторами, или *аксиальными векторами*. Все эти величины предполагаются непрерывными (вместе со всеми производными) ф-циями времени t и координат $\boldsymbol{r}$ ($r_\alpha \equiv x_\alpha$, $\alpha = 1, 2, 3$). Следовательно, в ур-ниях (1) — (4) не учитывается ни дискретная структура электрич. зарядов и токов, ни квантовый характер самих полей. Учёт дискретности истинных источников может быть произведён даже в доквантовом (классич.) приближении с помощью *Лоренца — Максвелла уравнений*.

3. Максвелла уравнения в интегральной форме

Используя *Гаусса — Остроградского формулу* и *Стокса формулу*, ур-ниям (1) — (4) можно придать форму интегральных: