где m — масса атома гелия. Ф-ла (2) выражает макроскопич. квантовый характер движения сверхтекучего гелия. Действительно, из (2) следует, что циркуляция скорости $\oint \boldsymbol{v}_s d\boldsymbol{l}$ по нек-рому замкнутому контуру в жидкости равна $(h/2\pi m)\delta\alpha$; $\delta\alpha$ — изменение фазы α при обходе контура, к-рое вследствие однозначности ф-ции ψ_0 должно равняться $2\pi n$, где n — целое число. Т. о., в сверхтекучем гелии

$$\oint \boldsymbol{v}_s d\boldsymbol{l} = \frac{h}{m}n. \qquad (3)$$

Это означает наличие в жидкости квантованных вихревых нитей. При приближении к нити скорость v_s возрастает как $h/2\pi rm$, где r — расстояние до нити. Вокруг каждой нити имеется циркуляция скорости, равная h/m.

Такой характер движения сверхтекучего гелия даёт возможность измерения постоянной Планка в прямом макроскопич. механич. эксперименте, поставленном У. Ф. Вайненом в 1960 [1]. По оси заполненной жидким гелием трубочки радиуса $R = 2$ мм была укреплена струна с собств. частотой 500 Гц. Система помещалась между полюсами магнита, и импульс тока приводил струну в колебания в нек-рой плоскости. Такое колебание можно рассматривать как совокупность двух циркулярно поляризов. колебаний, к-рые в случае покоящегося гелия имеют одну и ту же частоту ν. Затем трубочка приводилась во вращение, и вокруг струны возникало движение гелия с циркуляцией h/m. При этом на струну действовала сила, аналогичная подъёмной силе крыла и равная на единицу длины струны $(h/m)\rho_s u$, где ρ_s — плотность сверхтекучей части гелия, u — скорость струны. Эта сила приводила к расщеплению частот циркулярно поляризов. колебаний. Можно показать, что $\Delta\nu = \rho_s h/2\pi\varkappa m$, где $\varkappa$ — масса единицы длины струны. В эксперименте колебание проявлялось в виде биений сигнала с частотой 0,45 Гц.

Др. способом определения постоянной Планка в этом эксперименте может служить измерение угл. скорости Ω вращения трубочки, при которой впервые появляются биения. Согласно теории, $\Omega = (h/2\pi mR^2)\ln(R/a)$, $a \approx 4\cdot10^{-8}$ см; в условиях эксперимента эта величина составляла 0,2 рад $\cdot$с$^{-1}$.

Отметим, что для эффектов данного типа характерна линейная зависимость наблюдаемой величины от h.

Ряд М. к. э. наблюдается в сверхпроводящих металлах. Поскольку электроны подчиняются статистике Ферми — Дирака, в одном квантовом состоянии не может находиться больше одного электрона. Однако при переходе в сверхпроводящее состояние в металле образуются пары из двух электронов с противоположными импульсами и спинами — т. н. куперовские пары. Эти пары, являющиеся бозонами, ниже точки перехода находятся в состоянии бозе-конденсации и характеризуются макроскопич. волновой ф-цией $\psi_0 = |\psi_0|\exp(i\alpha)$. Для описания М. к. э. в сверхпроводниках существенно поведение ψ_0 при калибровочных (градиентных) преобразованиях векторного $\boldsymbol{A}$ и скалярного φ потенциалов эл.-магн. поля. Волновая ф-ция пары ведёт себя при этих преобразованиях как волновая ф-ция частицы с зарядом $2e$ (e — заряд электрона). Соответственно никакие имеющие прямой физ. смысл величины не должны меняться при след. преобразовании $\boldsymbol{A}$, φ и фазы волновой ф-ции α:

$$\boldsymbol{A} \to \boldsymbol{A} + \nabla f, \quad \varphi \to \varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial f}{\partial t}, \quad \alpha \to \alpha + \frac{4\pi e}{hc} f, \qquad (4)$$

где f — произвольная ф-ция координат и времени.

Характерным М. к. э. в сверхпроводнике является *квантование магнитного потока.* Поток индукции через отверстие в массивном сверхпроводнике может быть равен лишь целому кратному от нек-рого «кванта потока» Φ_0. Для доказательства рассмотрим охватывающий отверстие контур в глубине сверхпроводника (толщиной больше глубины проникновения магн. поля), где магн. поле, а следовательно, и плотность тока отсутствуют (магн. поле вытесняется из сверхпроводника вследствие эффекта Мейснера). Сверхпроводящий ток, как и сверхтекучая скорость в гелии, связан с градиентом фазы волновой ф-ции α. Поэтому при полном отсутствии магн. поля, когда можно считать, что $\boldsymbol{A} = 0$ во всём пространстве, условие отсутствия тока имеет вид $\nabla\alpha = 0$. Но при наличии $\boldsymbol{A}$ это соотношение не может быть верным, т. к. оно нарушается при преобразовании (4). Инвариантное относительно (4) условие, очевидно, имеет вид

$$\nabla\alpha - \frac{4\pi e}{hc}\boldsymbol{A} = 0. \qquad (5)$$

Проинтегрировав (5) по указанному контуру и учитывая, что $\oint \nabla\alpha d\boldsymbol{l} = 2\pi n$, а поток магн. индукции

$$\Phi = \int \boldsymbol{B} d\boldsymbol{S} = \int \mathrm{rot}\boldsymbol{A}\, d\boldsymbol{S} = \oint \boldsymbol{A}\, d\boldsymbol{l},$$

получаем

$$\Phi = n\Phi_0, \quad \Phi_0 = \frac{hc}{2|e|} \approx 2{,}07\cdot10^{-7}\text{Гс}\cdot\text{см}^2. \qquad (6)$$

Наличие множителя 2 в знаменателе непосредственно связано со спариванием электронов в сверхпроводнике. Тот факт, что для вывода (6) было достаточно рассмотреть область пространства, где магн. поле отсутствует, ярко демонстрирует неклассич. характер эффекта.

Квантование потока было экспериментально обнаружено в 1961 Б. С. Дивером и У. М. Фэрбанком [2], а также Р. Доллом и М. Набауэром [3]. В этих экспериментах использовались оловянные трубочки диам. $(1-1{,}5)\cdot10^{-3}$ см и длиной порядка 1 см. Когда в трубочке был «вморожен» один квант потока, магн. поле в ней равнялось примерно 0,1 Гс. В опытах можно было измерить магн. момент трубочки, а следовательно, и постоянную Планка.

Др. типа М. к. э. возможны в сверхпроводниках 2-го рода. Достаточно сильное магн. поле проникает в них в виде отд. нитей — вихрей Абрикосова (см. *Квантованные вихри*) с толщиной порядка глубины проникновения слабого поля в сверхпроводник. В каждой нити заключён один квант потока.

Очень важные для техн. приложений М. к. э. основаны на *Джозефсона эффекте* [4,5]. Они наблюдаются в сверхпроводящих цепях, в к-рых имеются джозефсоновские контакты — тонкие слои диэлектрика (или несверхпроводящего материала), разделяющие два сверхпроводника. Квантовое туннелирование позволяет электронам переходить из одного сверхпроводника в другой, так что в цепи может течь сверхпроводящий ток. Величина этого тока I должна определяться разностью фаз волновой ф-ции сверхпроводящих пар по обе стороны контакта:

$$I(\alpha) = I(\alpha_1 - \alpha_2). \qquad (7)$$

Ф-ция $I(\alpha)$ строго периодична с периодом 2π, поскольку при изменении фазы на 2π волновая ф-ция ψ_0 не меняется. Кроме того, она нечётна, т. к. изменение знака α соответствует в квантовой механике *обращению времени*, что меняет знак тока.

Из М. к. э. в джозефсоновских контактах рассмотрим нестационарный эффект Джозефсона, к-рый наблюдается при приложении к контакту постоянной разности потенциалов (этот эффект экспериментально обнаружен И. М. Дмитренко и И. К. Янсоном в 1964). В отсутствие разности потенциалов явления в цепи стационарны, так что α_1 и α_2 не зависят от времени: $\partial\alpha_1/\partial t = \partial\alpha_2/\partial t = 0$. При наличии скалярного потенциала эти равенства обобщаются так, чтобы они оставались инвариантными при преобразованиях (4):

$$\frac{\partial\alpha_1}{\partial t} + \frac{4\pi e}{h}\varphi_1 = 0, \qquad \frac{\partial\alpha_2}{\partial t} + \frac{4\pi e}{h}\varphi_2 = 0$$