

Если в каждой точке G якобиан (детерминант $J = \det(\partial q_i / \partial x_j)$) не равен нулю, то существует однозначное обратное преобразование $x_j = x_j(q_1, \dots, q_n)$, $j=1, \dots, n$. Поверхности, определяемые уравнениями $q_i(x_1, \dots, x_n) = c_i$, где $c_i = \text{const}$, $i=1, \dots, n$, наз. координатными поверхностями, а их попарные пересечения — координатными линиями. Система К. к. наз. ортогональной, если в каждой точке области G единичные векторы, касательные к координатным линиям, образуют ортонормированную систему векторов. Квадрат расстояния ds^2 между двумя бесконечно близкими точками

в G определяется квадратичной формой $ds^2 = \sum_{k=1}^n dx_k^2 = \sum_{i,j} g_{ij} dq_i dq_j$, где $g_{ij} = \sum_k (\partial x_k / \partial q_i) (\partial x_k / \partial q_j)$ — метрический тензор, детерминант к-рого $g = \det(g_{ij})$ равен J^2 . Необходимое и достаточное условие ортогональности системы К. к. заключается в равенстве $g_{ij} = 0$ для $i \neq j$ в каждой точке G . В последнем случае величины $h_i = \sqrt{g_{ij}}$ наз. коэффициентами Ламе. Напр., в ортогональной трёхмерной системе К. к. квадрат элемента длины ds^2 имеет вид $ds^2 = \sum_i h_i^2 dq_i^2$, а

элемент объёма dV равен $dV = \prod_{i=1}^3 h_i dq_i$. Векторные операции со скалярами f и векторами A выражаются след. образом:

$$\text{градиент, } (\text{grad } f)_i = \frac{1}{h_i} \frac{\partial f}{\partial q_i},$$

$$\text{Лапласа оператор, } \Delta f = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \sum \frac{\partial}{\partial q_i} \left(\frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial f}{\partial q_i} \right),$$

$$\text{дивергенция, } \text{div } A = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \sum \frac{\partial}{\partial q_i} (h_2 h_3 A_i),$$

суммирование производится по круговым перестановкам индексов,

$$\text{ротор, } (\text{rot } A)_1 = \frac{1}{h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial q_2} (h_3 A_3) - \frac{\partial}{\partial q_3} (h_2 A_2) \right],$$

остальные компоненты $\text{rot } A$ получаются круговой перестановкой индексов. Наиб. распространёнными ортогональными системами К. к. в трёхмерном пространстве являются сферич. система координат $q_1 = r, q_2 = \theta, q_3 = \varphi$, связанных с декартовыми координатами $x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z$ равенствами $x = r \sin \theta \cos \varphi, y = r \sin \theta \sin \varphi, z = r \cos \theta; 0 < r < \infty, 0 < \theta < \pi, 0 < \varphi < 2\pi$, и цилиндрич. система координат $q_1 = \rho, q_2 = \varphi, q_3 = z$, для к-рых $x = \rho \cos \varphi, y = \rho \sin \varphi, z = z; 0 < \rho < \infty, 0 < \varphi < 2\pi, -\infty < z < \infty$.

В сферич. системе координат $J = r^2 \sin \theta$,

$ds^2 = (dr)^2 + r^2 (d\theta)^2 + r^2 \sin^2 \theta (d\varphi)^2, dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$, а Лапласа оператор Δ имеет вид

$$\Delta = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}.$$

В цилиндрич. системе координат для соответствующих величин имеем $J = \rho$,

$$ds^2 = (d\rho)^2 + \rho^2 (d\varphi)^2 + (dz)^2, dV = \rho d\rho d\varphi dz,$$

$$\Delta = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Лит.: Морс Ф. М., Фешбах Г., Методы теоретической физики, пер. с англ., т. 1, М., 1958; Тихонов А. Н., Самарский А. А., Уравнения математической физики, 5 изд., М., 1977. В. И. Алхимов.

КРИОГЕННАЯ ПЛАЗМА (от греч. kryos — холод и genes — рождающий, рождённый) — плазма, охлаждённая до низких (криогенных) темп-р, напр. в результате погружения контейнера с плазмой в ванну с жидким азотом или гелием. Представляет интерес прежде всего для изучения элементарных и коллективных про-

цессов в ионизованных газах при ультравысоких значениях тепловой энергии частиц. Ныне в осн. получают К. п. инертных газов, среди к-рых наиб. подробно изучены свойства К. п. гелия.

Простейший способ получения К. п. состоит в следующем. В криогенную жидкость опускается трубка, внутри к-рой горит *телющий разряд*. Давление газа в трубке и ток разряда (либо длительность горения разряда) выбраны такими, чтобы ионная темп-ра T_i в

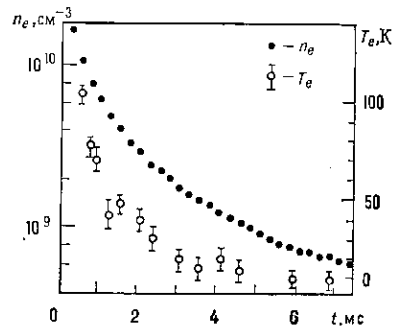


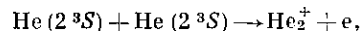
Рис. 1. Зависимость концентрации n_e и электронной температуры T_e от времени в послесвечении гелиевой криогенной плазмы при $T = 4,2 \text{ К}$ и $n_a = 1,26 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$.

трубке была практически равна темп-ре окружающей её жидкости. В то же время электронная темп-ра T_e в плазме разряда может достигать неск. десятков тысяч градусов. При прерывании разрядного тока T_e уменьшается из-за столкновений электронов с атомами, как правило, быстрее (рис. 1), чем успевают исчезнуть из объёма заряды вследствие рекомбинации или диффузии, — в эти неск. мс и существует К. п. с T_e , близкой к T_i .

Помещая рекомбинирующую (распадающуюся) плазму во внеш. электрич. поле, можно поддерживать T_e в ней на заданном уровне и т. о. продлить время существования К. п. Предельный случай соответствует стационарному тлеющему разряду, охлаждённому криогенной жидкостью. Влияние охлаждения на электрические характеристики тлеющего разряда показано на рис. 2.

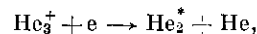
Требуемое нач. состояние К. п. может быть создано др. способом, напр. при помощи импульсного *безэлектродного разряда* либо пучка быстрых электронов. К. п. может быть получена также при быстром и глубоком адиабатич. расширении плазмы в сверхзвуковых соплах.

В кинетике К. п. гелия значит. роль играют метастабильные атомы He (2^3S), концентрация к-рых при уменьшении темп-ры резко возрастает из-за снижения скорости их разрушения атомами в осн. состоянии и уменьшения скорости диффузии метастабильных атомов. Парные столкновения метастабильных атомов, напр. в процессе ассоциативной ионизации



приводят к инжекции в плазму электронов с энергиями от 15 до 17,6 эВ, заметно воздействуя на ф-цию распределения электронов по скоростям. Этим объясняется, в частности, резкое снижение приведённой напряжённости электрич. поля в области малых токов и давлений $p \geq 10$ мм рт. ст. при криогенных темп-рах (рис. 2, кривые 2, 3).

В распадающейся К. п. гелия при темп-ре жидкого азота и ниже ($\leq 100 \text{ К}$) осн. поном становится He_2^+ . Электрон-ионная рекомбинация в этом случае происходит с образованием возбуждённой молекулы гелия:



что подтверждается наблюдаемым при распаде плазмы свечением молекул He_2 . Коэф. рекомбинации α находится в обратной зависимости от T_e (при $T_e = 10 \text{ К}$ $\alpha = 4 \cdot 10^{-5} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$) и не зависит от концентрации атомов