ний в будущем по нач. данным (нач. условиям), заданным на нек-рой пространственноподобной трёхмерной поверхности (частичной поверхности Коши). Термин «К. г.» был введён в 1966 Р. Пенроузом (R. Penrose) и С. Хокингом (S. Hawking) при исследовании задачи Коши (т. е. задачи определения значений физ. полей, включая гравитационное, по нач. данным на поверхности Коши) в общей теории относительности. За К. г. однозначные предсказания ни в классической, ни в квантовой теории невозможны, поскольку часть необходимой информации может приходить туда из др. областей пространства, не пересекающихся с нач. частичной поверхностью Коши. К. г. представляет собой трёхмерную поверхность с нулевым геодезич. *интервалом*, т. е. он образован траекториями световых лучей. В *Минковского пространстве-времени* существование К. г. вызвано только тем, что частичная поверхность Коши, по отношению к к-рой он определён, имеет край (иначе говоря, нач. условия заданы не во всём пространстве). Для максимально расширенной поверхности Коши в пространстве-времени Минковского, примером к-рой является трёхмерная поверхность $t=\mathrm{const}$ в *инерциальной системе отсчёта*, К. г. отсутствует и область причинной предсказуемости совпадает со всем пространством-временем. В этом случае поверхность Коши наз. глобальной.

Принципиально иная ситуация с К. г. имеет место в *общей теории относительности* (ОТО) ввиду того, что пространство-время в этой теории может обладать сложной топологич. структурой. В решениях ОТО К. г. могут сохраняться даже при макс. непрерывном расширении любой частичной поверхности Коши. Такие К. г. являются уже свойством пространства-времени в целом. Их существование однозначно связано с отсутствием глобальной причинной предсказуемости. Обычно, говоря о К. г. в каком-нибудь искривлённом пространстве-времени, имеют в виду именно эти К. г. В частности, решения ОТО, описывающие идеализированные вращающиеся или электрически заряженные *чёрные дыры*, обладают К. г., определённым по отношению ко всему трёхмерному асимптотически евклидову пространству, в к-ром находится чёрная дыра; при этом К. г. всегда находится под *горизонтом событий* чёрной дыры и, т. о., не виден внеш. наблюдателю. Для этих решений нельзя также построить глобальную поверхность Коши.

С принципиальной точки зрения существование К. г. даже для максимально расширенных частичных поверхностей Коши и отсутствие глобальной причинной предсказуемости для нек-рых решений ОТО — нежелат. свойство. Однако теоретич. исследования (Р. Пенроуз, И. Д. Новиков и А. А. Старобинский и др.) показали, что К. г. внутри идеализированных (стационарных) вращающихся или заряж. чёрных дыр неустойчив как по отношению к малым нестационарным гравитац. возмущениям, так и вследствие квантового эффекта рождения пар элементарных частиц гравитац. или электрич. полем чёрной дыры (см. *Квантовая теория гравитации*). Поэтому можно полагать, что внутри реальных чёрных дыр, возникающих в результате коллапса первоначально регулярного распределения вещества, К. г. не образуется и имеет место глобальная причинная предсказуемость. *А. А. Старобинский.*

КОШИ ЗАДАЧА — задача о нахождении решения дифференц. ур-ния (обыкновенного или в частных производных), удовлетворяющего нач. условиям. Рассмотрена в 1823—24 О. Коши (A. Cauchy).

Примером К. з. может служить осн. задача механики, когда по известным нач. положениям и скоростям частиц требуется при известном законе взаимодействия между ними определить движение частиц во времени.

Поскольку ур-ния матем. физики, для к-рых ставится К. з., описывают реальные процессы, то естественно потребовать: существования решения в определ. классе ф-ций; его единственности; непрерывной зависимости решения от нач. данных. Даже в случае простейшей К. з. $dy/dx=f(x, y)$, $y(x_0)=y_0$, где $f(x, y)$ — заданная ф-ция, выполнение этих требований накладывает ограничения на вид ф-ции $f(x, y)$.

Аналогично ставится К. з. для систем обыкновенных дифференц. ур-ний; при этом $y(x)$ и $f(x, y)$ — вектор-функции в к.-л. векторном пространстве. Поскольку обыкновенное дифференц. ур-ние порядка n сводится к системе ур-ний первого порядка, К. з. для него фиксирует нач. значения для производных искомой ф-ции вплоть до $n-1$ порядка.

Для дифференц. ур-ний в частных производных в $(n+1)$-мерном пространстве-времени К. з. фиксирует нач. значения ф-ции (и её $k-1$ производных, если k — порядок ур-ния по времени) на n-мерной поверхности. Напр., для *волнового уравнения* $\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=0$ решение К. з. с нач. данными: $u(x, 0)=\varphi(x)$, $\partial u(x, t)/\partial t|_{t=0}=\pi(x)$, где $\varphi(x)$, $\pi(x)$ — достаточно гладкие ф-ции, даётся при $n=1, 2, 3$ *Д'Аламбера формулой*, *Пуассона формулой* и *Кирхгофа формулой*. При этом решение непрерывно зависит от ф-ций φ и π. Для ур-ния в частных производных требуется, чтобы К. з. была корректно поставлена. Напр., для волнового уравнения К. з. корректно поставлена в случае, если нач. данные заданы либо на гиперплоскости $t=0$, либо на любой пространственноподобной поверхности, для к-рой $\sum_{i=1}^{n}x_i^2-c^2t^2>0$.

Лит.: Петровский И. Г., Лекции об уравнениях с частными производными, 3 изд., М., 1961; Владимиров В. С., Уравнения математической физики, 5 изд., М., 1988; Арнольд В. И., Обыкновенные дифференциальные уравнения, 3 изд., М., 1984; Бицадзе А. В., Уравнения математической физики, 2 изд., М., 1982. *С. В. Молодцов.*

КОШИ ИНТЕГРАЛ — интегральная ф-ла, выражающая значение *аналитической функции* $f(z)$ в точке, лежащей внутри замкнутого контура γ, не содержащего внутри себя особенностей $f(z)$, через её значения на этом контуре:

$$f(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}\frac{f(\xi)}{\xi-z}\,d\xi,$$

где интегрирование производится против часовой стрелки. Если точка z лежит вне контура γ, то

$$\int\frac{f(\xi)}{\xi-z}\,d\xi=0.$$

К. и. впервые рассмотрел О. Коши в 1831.

Если γ — произвольный гладкий контур (замкнутый или незамкнутый), а $w(\xi)$ — комплекснозначная ф-ция, заданная на γ, то выражение

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}\frac{w(\xi)}{\xi-z}\,d\xi$$

наз. интегралом типа Коши. Интеграл типа Коши определяет ф-цию, аналитическую вне контура γ (если γ замкнут, то фактически он определяет две аналитич. ф-ции — вне и внутри него). В случае, когда $w(\xi)$ — гладкая ф-ция, предельное значение интеграла типа Коши в точке z_0 на контуре γ, взятой слева от него (по отношению к направлению интегрирования), равно

$$\frac{1}{2}w(z_0)+\frac{P}{2\pi i}\int_{\gamma}\frac{w(\xi)}{\xi-z_0}\,d\xi,$$

где P — символ гл. значения интеграла. Предельное значение справа в той же точке равно $-\frac{1}{2}w(z_0)+\frac{P}{2\pi i}\times\int_{\gamma}\frac{w(\xi)}{\xi-z_0}d\xi$. Разность этих граничных значений равна значению ф-ции $w(\xi)$ в точке z_0.

Для того, чтобы предельные значения интеграла типа Коши, взятые со стороны области, ограниченной замкнутым контуром γ, совпадали с ф-цией $w(\xi)$, т. е. для того, чтобы интеграл типа Коши был К. и., необходимо