

где A — амплитуда, φ — фаза, φ_0 — её нач. значение. В случае строго гармонич. К. величины A , ω и φ_0 не зависят от времени. Очень употребительна также комплексная запись синусоидальных К.:

$$\tilde{u}(t) = \tilde{A}e^{i\omega t} = A \cos(\omega t + \varphi_0) + iA \sin(\omega t + \varphi_0),$$

в к-рой комплексная амплитуда $\tilde{A} = Ae^{i\varphi_0}$ объединяет в себе действит. значения амплитуды и фазы К. В частности, для показанного на рис. δ затухающего К.

$$u(t) = \tilde{A}e^{-\delta t}e^{i\omega t},$$

где декремент затухания δ можно считать либо мнимой частью частоты $\tilde{\omega} = \omega + i\delta$, либо относить к экспоненциально убывающей амплитуде. При отрицат. δ этот коэф. наз. инкрементом, а соответствующее К. превращается в экспоненциально растущее. У К. с убывающей амплитудой периодичность нарушается, но при $\delta \ll \omega$ их всё же можно считать почти (квази) периодическими, а при $\delta \gg \omega$ почти аperiodическими, т. е. по существу уже не К., а монотонными движениями.

Для передачи информации применяются модулиров. К., амплитуда, фаза или частота к-рых изменяются по закону кодирования информации, напр. в радиовещании высокочастотные К. модулируются К. звуковых частот, передающими речь, музыку. Наиб. употребительными являются модулиров. К. вида $u(t) = A(t)\cos\varphi(t)$, где амплитуда $A(t)$ медленно изменяется в масштабах периода К., а фаза $\varphi(t)$ обладает медленно изменяющейся производной, равной мгновенной частоте К., т. е. $\omega = d\varphi/dt \gg \omega^{-1}d\omega/dt$. К. наз. амплитудно-модулированным (рис., ж), если $\omega = \text{const}$, $\varphi_0 = \text{const}$. В частности, при синусоидальной модуляции $A(t) = A_0(1 + \alpha \sin \Omega t)$ такое К. есть сумма трёх синусоидальных К. с частотами ω_0 , $(\Omega + \omega_0)$, $(\Omega - \omega_0)$:

$$A_0(1 + \alpha \sin \Omega t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{\alpha A_0}{2} \sin[(\Omega + \omega_0)t + \varphi_0] + \frac{\alpha A_0}{2} \sin[(\Omega - \omega_0)t - \varphi_0] + A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Когда модулирующий сигнал $A(t)$ имеет сложный периодич. характер, то результирующее К. представляется сплошным набором К. всех частот (непрерывный спектр), симметрично сгруппированных около центральной (несущей) частоты ω_0 .

При $A = \text{const}$, $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0(t)$ К. наз. модулированным по фазе, а при $A = \text{const}$, $\varphi = \int \omega(t)dt$ модуляция является частным случаем фазовой. На рис. з и и приведены К., модулированные по амплитуде, частоте и фазе одновременно. Подробнее см. *Модулированные колебания*.

При изучении стохастич. процессов приходится иметь дело с частично и полностью случайными К. На рис. к дан пример синусоидального К., модулированного по амплитуде и фазе случайными ф-циями, а на рис. л дана одна из реализаций совершенно неупорядоч. процесса («белого шума»), к-рый лишь условно можно отнести к К.

Колебат. движения на плоскости или в пространстве в принципе могут быть представлены как совокупность одномерных К. вдоль соответствующих осей координат. Так, два гармонич. колебания (одномерные осцилляторы) с частотами $n\omega$ (вдоль оси x) и $m\omega$ (вдоль оси $y \perp$ оси x) являются проекциями сложных периодич. (при рациональном отношении n/m) плоских К., называемых *Лиссажу фигурами*. К ним принадлежит и равномерное движение по окружности (ротатор), к-рое можно разложить на два одинаковых синусоидальных К. ($n=m$), сдвинутых по фазе на $\pi/2$. Именно это обстоятельство составляет одну из причин, по к-рой гармонич. К. оказываются особо выделенными среди других движений в природе. В природе и во мн. техн. устройствах часто возникают движения, почти не отличающиеся (на протяжении больших промежутков времени) от чисто гармонич. или равномерно вращательных. Мн. физ. приборы (*анализаторы спектра*)

выделяют из произвольных процессов наборы К., близких к гармоническим. Возможна и обратная процедура синтеза гармонич. К., математически соответствующая рядам и интегралам Фурье, в силу к-рой любой временной процесс можно воссоздать сложением или интегрированием гармонич. К. разл. частот и амплитуд.

Динамика колебаний. Свободные, или собственные, К. являются движением системы, предоставленной самой себе, в отсутствие внеш. воздействий. При малых отклонениях от состояния равновесия движения системы удовлетворяют *суперпозиции принципу*, согласно к-рому сумма двух произвольных движений также составляет допустимое движение системы; такие движения описываются линейными (в частности, дифференц.) ур-ниями. Если система ещё и консервативна (т. е. в ней нет потерь или притока энергии извне), а её параметры не изменяются во времени (о переменных параметрах будет сказано ниже), то любое собств. К. может быть однозначно представлено как сумма *нормальных колебаний*, синусоидально изменяющихся во времени с определ. собств. частотами. В колебат. системах с сосредоточенными параметрами, состоящих из N связанных осцилляторов (напр., цепочка из колебат. электрич. контуров или из соединённых упругими пружинками шариков), число нормальных К. (мод) равно N . В системах с распределёнными параметрами (струна, мембрана, полый или открытый резонатор) таких К. существует бесконечное множество. Напр., для струны с закреплёнными концами длиной L моды отличаются числом «полуволн», к-рые можно уложить на всей длине струны: $L = n\lambda/2$ ($n=0, 1, 2, \dots, \infty$). Если скорость распространения волн вдоль струны равна v , то спектр собств. частот определяется ф-лой

$$\omega_n = k_n v = \frac{2\pi}{T_n} = \frac{2\pi v}{\lambda_n} = n \frac{\pi v}{L} \quad (n=0, 1, \dots, \infty).$$

Наличие *дисперсии волн* [зависимости $v=v(\omega)$] искажает это простое эквидистантное распределение частот, спектр к-рых определяется уже из т. н. дисперсионного ур-ния: $\omega_n = \omega(k_n) = (n\pi/L)v(\omega_n)$. В реальных системах собственные К. будут затухать из-за потерь, поэтому их можно считать приближённо гармоническими лишь в интервале времени, меньшем $1/\delta$. Затухающее К. (рис., в) может быть представлено в виде пакета гармонич. К., непрерывно заполняющих интервал частот $(\omega_0 \pm \Delta\omega)$ (интеграл Фурье), тем более узком, чем меньше δ ($\Delta\omega \sim \delta$). В этом случае говорят об уширении спектральной линии, иногда характеризуя её добротностью Q , равной отношению запасённой энергии W к потерям P за период колебаний $2\pi/\omega$, т. е. $Q = \omega W/P \approx \omega/2\delta$. Т. о., сгущение спектра из-за потерь влечёт за собой превращение дискретного спектра в сплошной, когда ширина линий становится прибл. равной интервалу между ними, т. е. $\Delta\omega \sim \alpha \sim (\omega_{n+1} - \omega_n)$.

Собств. К. нелинейных систем менее доступны для классификации. Нелинейность систем с дискретным спектром собств. частот приводит к «пересалке» энергии К. по спектральным компонентам; при этом возникают процессы конкуренции мод — выживание одних и подавление других. Дисперсия могут стабилизировать эти процессы и привести к формированию устойчивых пространственно-временных образований, примерами к-рых в системах с непрерывным спектром являются *солитоны*.

Возбуждение колебаний происходит либо путём непосредств. воздействия на состояние колебат. системы (раскачка маятника периодич. толчками, включение периодич. эдс в колебат. контур и т. д.), либо путём периодич. изменения параметров этой системы (длины подвеса маятника, ёмкости или самоиндукция контура, коэф. упругости струны и т. п.), либо благодаря «самовозбуждению» К., т. е. возникновению колебат. движений внутри самой си-