и др. По характеру электронного спектра все эти соединения — полупроводники, ширина запрещённой зоны к-рых изменяется в пределах от 0,2 до 2—4 эВ. По мере расхождения по горизонтали периодич. системы в соединениях A^IB^{VII}—CuCl, CuBr, AgI ковалентная связь ослабляется, приобретает частично ионный характер, а при спуске вдоль вертикалей возрастает и доля металлизации, напр. кристаллы белого олова β-Sn практически металлические.

Нек-рой долей металличности обладают и К. к. тройных и более сложных соединений, напр. халькопирит ($CuFeS_2$), станнин (Cu_2FeSnS_4), $CdSnAs_2$ и др., имеющих также тетраэдрич. координацию атомов. Примерами К. к. с октаэдрич. координацией могут служить PbS, PbSe, SnTe, Bi_2Te_3, Bi_2TeS_2 и пр. Мн. кристаллы гетеродесмичны, т. е. атомы в их кристаллич. структурах имеют связи разл. типа. Так, кристаллы графита С ковалентны по характеру связей внутри атомных сеток, но связи между сетками ван-дер-ваальсовы. Аналогично описываются структуры элементов, близких к IV подгруппе, напр. P, S, Se, Te, атомы в них образуют ковалентно связанные группировки, но между группировками связь ван-дер-ваальсова.

Мн. К. к. находят широкое техн. применение: используются, напр., природный и синтетич. алмазы, в больших кол-вах производятся особо чистые кристаллы кремния, являющиеся основой полупроводниковой электронной техники, а также К. к. Ge, GaAs и др.

Б. К. Вайнштейн.

КОВАЛЕ́НТНЫЙ РА́ДИУС — см. в ст. *Атомный радиус.*

КОВАРИА́НТНАЯ ПРОИЗВО́ДНАЯ — обобщение градиента в случае криволинейных координат и неевклидовой геометрии. Градиент $\partial/\partial x^i$ тензора $T^{k_1\ldots k_p}_{l_1\ldots l_q}$ типа (p, q) есть тензор $\partial T^{\cdots}_{\cdots}/\partial x^i = T^{k_1\ldots k_p}_{l_1\ldots l_q;\,i}$ типа $(p, q+1)$ относительно линейных замен координат. Для общих замен координат $x^i = x^i(y^1, \ldots y^n)$ с $\partial^2 x^i/\partial y^k\,\partial y^l \not\equiv 0$ тензором типа $(p, q+1)$ будет К. п.

$$T^{k_1\ldots k_p}_{l_1\ldots l_q;\,i} = \frac{\partial}{\partial x^i}T^{k_1\ldots k_p}_{l_1\ldots l_q} + \sum_{s=1}^{p} T^{k_1\ldots(k_s\to r)\ldots k_p}_{l_1\ldots l_q}\Gamma^{k_s}_{ri} - \sum_{s=1}^{q} T^{k_1\ldots k_p}_{l_1\ldots(l_s\to r)\ldots l_q}\Gamma^{r}_{l_s i},$$

где *Кристоффеля символы* Γ^k_{li} определяются ф-лами преобразования

$$\Gamma^k_{li} = -\frac{\partial x^j}{\partial y^l}\frac{\partial x^s}{\partial y^i}\frac{\partial^2 y^k}{\partial x^j\,\partial x^s}$$

и наз. коэффициентами (дифференциально-геометрической) *связности*. В частности, для ковариантного T^k и контравариантного T_l векторов К. п. имеет вид

$$T^k_{;\,i} = \frac{\partial T^k}{\partial x^i} + \Gamma^k_{ri}T^r, \quad T_{l;\,i} = \frac{\partial T_l}{\partial x^i} - \Gamma^r_{li}T_r.$$

Для обозначения К. п. используют иногда символ $\nabla_i : T^{\cdots}_{\cdots;\,i} = \nabla_i T^{\cdots}_{\cdots}$. К. п. удобно ввести тогда, когда явный вид преобразования объекта зависит от точки; отличие К. п. от градиента сосредоточено в связности и компенсирует изменения вида преобразования при переходе от точки к точке. Вообще говоря, К. п. некоммутативны, мерой некоммутативности служат *кривизны тензор* и тензор кручения. Впервые К. п. введены в кон. 19—нач. 20 вв. в работах Дж. Риччи (G. Ricci) и Т. Леви-Чивиты (T. Levi-Civita).

К. п. — существенное понятие в *римановой геометрии* и общей теории относительности, где с её помощью определяются *геодезическая линия*, параллельный перенос и кривизны тензор. Важную роль играет К. п. в теориях *калибровочных полей*, электродинамике, теории Янга — Миллса полей и т. д. Напр., в электродинамике эл.-магн. и заряж. поля описываются комплексными ф-циями $A_\mu(x)$ и $\psi(x)$, наблюдаемые величины не меняются при калибровочных преобразованиях

$$A_\mu(x) \to A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \frac{\partial\lambda(x)}{\partial x^\mu},$$

$$\psi(x) \to \psi'(x) = e^{i\lambda(x)}\psi(x),$$

а веществ. ф-ция $\lambda(x)$ служит координатой в зарядовом пространстве. С точки зрения геометрии обычное и зарядовое пространства образуют *расслоение*: его базой служит обычное пространство, а слоем над каждой точкой базы — одномерное зарядовое пространство с координатой λ. Образующие группу калибровочные преобразования действуют в слоях и сводятся к сдвигам координаты. Введение К. п. $\nabla_\mu = \partial/\partial x^\mu - iA_\mu(x)$ компенсирует зависимость вида преобразования от точки базы: $\nabla_\mu\psi(x)$ преобразуется так же, как $\psi(x)$. При этом эл.-магн. поле является связностью в расслоении.

Лит.: Рашевский П. К., Риманова геометрия и тензорный анализ, 3 изд., М., 1967; Схоутен Я.-А., Тензорный анализ для физиков, пер. с англ., М., 1965; Славнов А. А., Фаддеев Л. Д., Введение в квантовую теорию калибровочных полей, 2 изд., М., 1988; Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т., Современная геометрия, 2 изд., М., 1986.

В. П. Павлов.

КОВАРИА́НТНОСТЬ — свойство физ. величин, описывающих данное явление или круг явлений, преобразовываться по *представлениям группы* инвариантности, установленной или предполагаемой для этого круга. Подробнее см. *Инвариантность.*

В. П. Павлов.

КОВАРИА́НТНОСТЬ И КОНТРАВАРИА́НТНОСТЬ — понятия линейной алгебры и тензорного анализа, характеризующие способы преобразования компонент тензора при преобразованиях координат $x^i \to y^i(x^j)$. Ковариантные компоненты преобразуются как градиент, $\partial f/\partial x^i = (\partial f/\partial y^j)(\partial y^j/\partial x^i)$, а контравариантные — как дифференциал, $\partial y^i = (\partial y^i/\partial x^j)\partial x^j$ (по повторяющимся индексам подразумевается суммирование). Происхождение терминов связано с тем, что при линейных преобразованиях базиса $\{\boldsymbol{e}_i\}$ в евклидовом (и псевдоевклидовом) пространстве, $\boldsymbol{e}_i \to \tilde{\boldsymbol{e}}_i = a^j_i\boldsymbol{e}_j$, ковариантные компоненты преобразуются одинаково с базисом, а контравариантные — с помощью матрицы b, обратной к транспонированной матрице a^T: $b^i_j a^j_k = \delta^i_k$. Напр., для ковариантного вектора (ниж. индексы) $T_i = a^j_i T_j$, а для контравариантного (верх. индексы) $\tilde{T}^i = b^i_j T^j$. Переход от ковариантных к контравариантным компонентам совершается с помощью метрич. тензора; напр., $T^i = g^{ij}T_j$. Ко- и контравариантные компоненты совпадают лишь для декартова базиса в евклидовом пространстве.

С. В. Молодцов.

КОВАРИАЦИО́ННАЯ МА́ТРИЦА — матрица, образованная из попарных смешанных вторых моментов (ковариаций) неск. случайных величин (см. *Моменты случайной величины*). Ковариация между компонентами x_i и x_j случайного вектора $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_k)$ определяется как

$$\mathrm{cov}(x_i, x_j) = \mathrm{M}[(x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j)],$$

где M — *математическое ожидание*, а $\boldsymbol{\mu} = \mathrm{M}(\boldsymbol{x})$. Очевидно, что $\mathrm{cov}(x_i, x_i) = \sigma_i^2$ есть *дисперсия* x_i. Ковариация величин x_i, x_j, нормированная на дисперсии σ_i^2, σ_j^2, наз. *корреляции коэффициентом*:

$$\rho_{ij} = \mathrm{cov}(x_i, x_j)/\sqrt{\sigma_i^2\sigma_j^2}.$$

С. В. Клименко.