где квантовое число суммарного момента j может принимать значения $j=j_1+j_2,\ j_1+j_2-1,\ \ldots,\ |j_1-j_2|$, а его проекции $m=j,\ j-1,\ \ldots,\ -j$ (j_1, m_1 и j_2, m_2 — квантовые числа моментов частиц 1 и 2 и их проекций). При этом каждое из возможных значений j встречается только один раз, что легко подтверждается подсчётом общего числа квантовых состояний (j, m):

$$\sum_{j=|j_1-j_2|}^{j_1+j_2}(2j+1)=(2j_1+1)(2j_2+1). \qquad (2)$$

На матем. языке рассматриваемая задача соответствует разложению прямого (тензорного) произведения двух неприводимых представлений $(D^{(j_1)}\otimes D^{(j_2)})$ группы вращений трёхмерного пространства SO(3) на неприводимые компоненты, что символически записывается в виде

$$D^{(j_1)}\otimes D^{(j_2)}=D^{(j_1+j_2)}+D^{(j_1+j_2-1)}+\ldots+D^{(|j_1-j_2|)} \qquad (3)$$

(ряд Клебша — Гордана). Все значения j либо целые (когда j_1 и j_2 одновременно целые или полуцелые), либо полуцелые (когда один из складываемых моментов целый, а другой — полуцелый). В частности, для отд. электрона в атоме j всегда полуцелое: $\boldsymbol{j}=\boldsymbol{l}+\boldsymbol{s}$, где квантовое число орбитального момента $l=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$, а спинового: $s=1/2$.

Сложение произвольного числа N моментов

$$\boldsymbol{J}=\boldsymbol{j}_1+\boldsymbol{j}_2+\ldots+\boldsymbol{j}_N \qquad (4)$$

может быть выполнено последоват. применением операции (1). В частности, наиб. значение $J=j_1+j_2+\ldots+j_N$ имеет кратность, равную единице (т. е. встречается в разложении прямого произведения $D^{(j_1)}\otimes D^{(j_2)}\otimes\ldots\otimes D^{(j_N)}$ только один раз).

В теории атомов применяются след. схемы сложения моментов: 1) связь Расселла — Саундерса (LS-связь), в к-рой сначала складываются орбитальные и спиновые моменты отд. электронов: $\boldsymbol{L}=\sum_i\boldsymbol{l}_i$, $\boldsymbol{S}=\sum_i\boldsymbol{s}_i$, а затем $\boldsymbol{L}$ и $\boldsymbol{S}$ складываются в полный момент атома $\boldsymbol{J}$; 2) jj-связь, в к-рой орбитальный и спиновый моменты i-го электрона складываются в полный момент электрона $\boldsymbol{j}_i=\boldsymbol{l}_i+\boldsymbol{s}_i$, после чего полный момент атома $\boldsymbol{J}$ определяется по ф-ле (4). Условием применимости LS-связи является малость релятивистских взаимодействий по сравнению с эл.-статическим (кулоновским), поэтому она хорошо работает в лёгких атомах. По мере увеличения атомного номера Z роль релятивистских эффектов возрастает и происходит переход от LS-связи к jj-связи (однако в чистом виде последний тип связи фактически не встречается даже в самых тяжёлых атомах).

Следует подчеркнуть, что только J и J_z — строго сохраняющиеся величины (соответствующие операторы коммутируют с гамильтонианом), в то время как l_i, L и S в схеме LS-связи, j_i в схеме jj-связи сохраняются лишь приближённо.

Для построения волновой ф-ции ψ_{jm}, отвечающей собств. значениям (1), из волновых ф-ций отд. частиц $\psi_{j_1m_1}$ и $\psi_{j_2m_2}$ используются *Клебша — Гордана коэффициенты* (или Вигнера $3j$-символы). При сложении большего числа моментов применяются *Вигнера $6j$-символы* (или связанные с ними *Рака коэффициенты*) или $3nj$-символы (при $n\geqslant2$).

Лит.: Кондон Е., Шортли Г., Теория атомных спектров, пер. с англ., М., 1949; Собельман И. И., Введение в теорию атомных спектров, 2 изд., М., 1977. См. также лит. к ст. *Клебша — Гордана коэффициенты.* *В. С. Попов.*

КВА́НТОВЫЕ НЕРАЗРУША́ЮЩИЕ ИЗМЕРЕ́НИЯ (квантовые невозмущающие измерения; КНИ) — измерения, не изменяющие состояния исследуемой системы, если оно является собственным для оператора измеряемой величины. КНИ представляет собой реализацию идеального квантового измерения, описываемого постулатом редукции фон Неймана: после измерения наблюдаемой X исследуемая система переходит в одно из собств. состояний $|x\rangle$ оператора X с вероятностью $\langle x|\hat\rho|x\rangle$ ($\hat\rho$ — оператор плотности состояния системы до измерения); результатом измерения является соответствующее собств. значение x.

Идея КНИ и сам термин были предложены в [1], а первая конкретная процедура КНИ, позволяющая в принципе точно измерить число фотонов в эл.-магн. резонаторе, не поглотив при этом ни одного — в [2].

Развитие теории КНИ связано с тем, что уровень точности измерений, требуемый в ряде совр. эксперим. программ, делает необходимым учёт квантовых свойств макроскопич. объектов.

Большой интерес вызывают также неклассич. состояния эл.-магн. поля, позволяющие существенно повысить надёжность передачи информации. Устройства, регистрирующие единичные кванты без поглощения, перспективны как элементы оптич. компьютеров, т. к. они полностью снимают проблему отвода диссипируемой энергии.

Необходимым условием реализации КНИ является уменьшение всех флуктуаций неквантовой природы до уровня, меньшего чисто квантовых. Напр., при измерении энергии осциллятора квантовые флуктуации преобладают над тепловыми, если $\hbar\omega>(n+1/2)kT/Q$ (T — абс. темп-ра, Q — добротность осциллятора, n — номер его уровня энергии), а при измерении координаты — если $\hbar/\tau>kT/Q$ (τ — время выделения сигнала). Совр. эксперим. техника позволяет выполнить оба этих условия.

Точность одноврем. измерения неск. некоммутирующих величин ограничивается соотношением неопределённостей Гейзенберга. Так, оператор координаты осциллятора не коммутирует сам с собой в разл. моменты времени:

$$[\hat x(t),\hat x(t')]=\frac{i\hbar}{m\omega}\sin[\omega(t-t')].$$

Поэтому если схема измерения включает в себя прибор, осуществляющий непрерывное слежение за координатой осциллятора (напр., линейный усилитель), то точность отслеживания координаты будет принципиально ограничена величиной $\sqrt{\hbar/2m\omega}$, точность измерения энергии — величиной $\sqrt{1/2\hbar\omega\mathscr{E}}$, фазы — $\sqrt{\hbar\omega/2\mathscr{E}}$ ($\mathscr{E}$ — ср. энергия осциллятора) независимо от конкретной природы и качества изготовления усилителя.

Измерит. прибор, сконструированный в соответствии с требованиями теории КНИ, в принципе не должен давать информации о величинах, операторы к-рых не коммутируют с оператором измеряемой величины. Универсальным необходимым и достаточным условием КНИ является коммутативность оператора эволюции комплекса «измерительный прибор + исследуемая система» с оператором измеряемой величины. Более простых необходимых и достаточных условий КНИ в настоящее время не сформулировано. Известно неск. достаточных критериев КНИ для разл. частных случаев. Напр., если измеряемая величина является интегралом движения исследуемой системы, то для реализации КНИ достаточно коммутативности гамильтониана взаимодействия с оператором измеряемой величины.

При обнаружении малого внеш. воздействия на пробную квантовую систему требуется неск. измерений (как минимум, два: для приготовления состояния пробной системы и затем для регистрации изменения состояния под влиянием внеш. воздействия). Для того чтобы возмущение пробной системы при предыдущих измерениях не сказывалось на результатах последующих, необходимо, чтобы значения гейзенберговского оператора измеряемой величины коммутировали в моменты разл. измерений. Т. н. невозму-