собой оператор орбит. момента ($\hat{\boldsymbol{L}}=[\hat{\boldsymbol{r}}\hat{\boldsymbol{p}}]$, а другая ($\hat{\boldsymbol{S}}$) действует на внутр. переменную σ, отвечающую спину. Оператор $\hat{\boldsymbol{J}}$ соответствует полному моменту и равен: $\hat{\boldsymbol{J}}=\hat{\boldsymbol{L}}+\hat{\boldsymbol{S}}$. Т. к. $\hat{\boldsymbol{L}}$ и $\hat{\boldsymbol{S}}$ действуют на разные переменные волновой ф-ции, их компоненты коммутируют между собой. Пусть $\boldsymbol{A}$ — векторная величина, к-рой соответствует оператор $\hat{\boldsymbol{A}}$. По определению вектора, при повороте он должен меняться след. образом: $\hat{\boldsymbol{A}}\to\hat{\boldsymbol{A}}+[\delta\boldsymbol{\varphi}\hat{\boldsymbol{A}}]$. Действуя оператором поворота на ф-цию $\hat{A}_k\psi(x,\ y,\ z,\ \sigma,\ t)$ и учитывая, что $[\delta\boldsymbol{\varphi}\boldsymbol{A}]_k=e_{klm}\delta\varphi_l\hat{A}_m$ (где e_{klm} — единичный полностью антисимметричный тензор), можно получить перестановочные соотношения

$$[\hat{J}_i,\ \hat{A}_k]=i\hbar e_{ikl}\hat{A}_l, \qquad (81)$$

к-рые должны быть справедливыми для любого вектора. Используя в качестве $\hat{\boldsymbol{A}}$ в (81) операторы $\hat{\boldsymbol{J}}$, $\hat{\boldsymbol{L}}$, $\hat{\boldsymbol{S}}$ и учитывая коммутативность $\hat{L}_i$ и $\hat{S}_k$, можно прийти к заключению, что операторы компонент полного, орбитального и спинового моментов подчиняются одинаковым коммутац. соотношениям: $[\hat{J}_i,\ \hat{J}_k]=i\hbar e_{ikl}\hat{J}_l$, $[\hat{L}_i,\ \hat{L}_k]=i\hbar e_{ikl}\hat{L}_l$, $[\hat{S}_i,\ \hat{S}_k]=i\hbar e_{ikl}\hat{S}_l$. Из одних только этих перестановочных соотношений следует, во-первых, что любая компонента S_i измерима одновременно с квадратом спина $\boldsymbol{S}^2=S_x^2+S_y^2+S_z^2$, т.е. $[\hat{S}_i,\ \hat{\boldsymbol{S}}^2]=0$ (в качестве такой компоненты обычно выбирают проекцию на ось z), и, во-вторых, что собств. значения σ_i оператора проекции спина на выделенную ось, отличаясь друг от друга на 1 (в единицах $\hbar$), заключены между нек-рыми максимальным (S) и минимальным ($-S$) значениями, т. е. принимают $(2S+1)$ значений: $S,\ S-1,\ \ldots$ $\ldots,\ -S$. Отсюда следует, что S может быть целым или полуцелым, в то время как квантовое число орбит. момента принимает только целые значения. О величине S говорят как о значении спина частицы. Из перестановочных соотношений следует также, что квадрат спина (в единицах $\hbar^2$) равен $S(S+1)$, и может быть получен явный вид матриц операторов проекции спина $\hat{S}_x$, $\hat{S}_y$, $\hat{S}_z$ в представлении, где в качестве измеримой величины берётся проекция спина на ось z. Матричными элементами, отличными от нуля, являются

$$\langle\sigma+1\,|\,\hat{S}_x\,|\,\sigma\rangle=\langle\sigma\,|\,\hat{S}_x\,|\,\sigma+1\rangle=\frac{1}{2}\sqrt{(S-\sigma)(S+\sigma+1)},$$

$$\langle\sigma+1\,|\,\hat{S}_y\,|\,\sigma\rangle=-\langle\sigma\,|\,\hat{S}_y\,|\,\sigma+1\rangle=$$
$$=-\frac{i}{2}\sqrt{(S-\sigma)(S+\sigma+1)},$$

$$\langle\sigma\,|\,\hat{S}_z\,|\,\sigma\rangle=\sigma.$$

Задание этих матриц полностью определяет действие операторов проекции спина на волновую ф-цию системы, к-рую с учётом возможных значений внутр. переменной удобно представлять в виде столбца с $(2S+1)$ компонентами:

$$\psi=\begin{pmatrix}\psi_S(x,\ y,\ z,\ t)\\ \psi_{S-1}(x,\ y,\ z,\ t)\\ \cdots\cdots\cdots\\ \cdots\cdots\cdots\\ \psi_{-S}(x,\ y,\ z,\ t)\end{pmatrix},$$

где $\psi_\sigma(x,\ y,\ z,\ t)$ отвечает волновой ф-ции частицы в состоянии с $S_z=\sigma$.

Опыт показал, что спин электрона, протона и нейтрона равен $^1/_2$ (т. е. внутр. переменная, отвечающая спину, принимает для них 2 значения). В случае спина $^1/_2$

$$\psi=\begin{pmatrix}\psi_{1/2}\ (x,\ y,\ z,\ t)\\ \psi_{-1/2}(x,\ y,\ z,\ t)\end{pmatrix},$$

а оператор спина имеет в этом представлении вид

$$\hat{\boldsymbol{S}}=\frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\sigma}, \qquad (82)$$

где $\boldsymbol{\sigma}(\sigma_x,\ \sigma_y,\ \sigma_z)$ — *Паули матрицы*,

$$\sigma_x=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\quad \sigma_y=\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix},\quad \sigma_z=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}.$$

Со спином частицы может быть связан её магн. момент $\boldsymbol{\mu}$, к-рый принято выражать в виде

$$\boldsymbol{\mu}=\frac{e}{2mc}g\boldsymbol{S};$$

здесь величина $e/2mc$ — *гиромагнитное отношение* для орбит. движения, а величина g безразмерна. Для электрона и мюона $g=2$ (с точностью до *радиационных поправок*). Теоретич. объяснение равенства $g=2$ было одним из достижений релятивистского ур-ния Дирака. Нерелятивистское квантовомеханич. движение частиц со спином $^1/_2$ описывается *Паули уравнением*.

Взаимодействие магн. момента атомного электрона с магн. полем, создаваемым ядром в системе покоя электрона, вместе с учётом релятивистских эффектов (т. н. *томасовской прецессии*) приводит к спин-орбитальной LS-связи, к-рая определяет *тонкую структуру* атомных спектров (см. *Спин-орбитальное взаимодействие*). При наличии LS-связи сохраняющимися являются величина полного момента J и его проекция J_z; сохраняются также величины L и S, но не их проекции на ось z. Наглядно можно представить, что векторы $\boldsymbol{L}$ и $\boldsymbol{S}$, складываясь, прецессируют вокруг направления $\boldsymbol{J}$, а сам вектор $\boldsymbol{J}$ с равной вероятностью лежит на поверхности конуса с осью вдоль оси z, так что сохраняется проекция J_z на эту ось (рис. 10). Из этой картины сле-

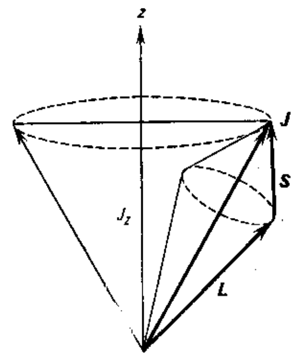

Рис. 10.

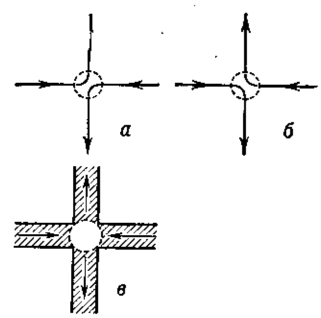

Рис. 11.

дует, что сохраняются проекции на $\boldsymbol{J}$ величин $\boldsymbol{L}$ и $\boldsymbol{S}$ [т. е. $(\boldsymbol{LJ})$ и $(\boldsymbol{SJ})$], а также величина $(\boldsymbol{LS})$. Разл. уровням тонкой структуры соответствуют разные значения J. Взаимодействие магн. момента ядра с магн. полем, создаваемым электронной оболочкой (за счёт орбит. и спинового моментов), приводит к дополнит. расщеплению и *сверхтонкой структуре* атомных уровней.

Системы многих частиц. Тождественные частицы

Квантовомеханич. ур-ние движения для системы, состоящей из N частиц, описывается ур-нием Шрёдингера, содержащим потенц. энергию, зависящую от координат всех частиц и включающую как воздействие на них внеш. поля, так и взаимодействие частиц между собой. Волновая ф-ция также является ф-цией координат всех частиц. Её можно рассматривать как волну в $3N$-мерном пространстве.

Если квантовомеханич. системы состоят из одинаковых частиц, то в них наблюдается специфич. явление, не имеющее аналогии в классич. механике (хотя и в классич. механике случай одинаковых частиц тоже имеет нек-рую особенность). Пусть, напр., столкнулись две одинаковые «классич.» частицы (первая двигалась слева, а вторая — справа) и после столкновения разлетелись в разные стороны (напр., первая — вверх, вторая — вниз). Для результата столкновения не имеет