временного уравнения Шрёдингера (29) и имеют вид:

$$|\Psi\rangle = \exp\{(-i\mathscr{E}/\hbar)\,t\}\,|\psi_{\mathscr{E}}\rangle, \qquad (63)$$

где $|\psi_{\mathscr{E}}\rangle$ не зависит от времени и представляет собой собств. вектор оператора Гамильтона:

$$\hat{H}\,|\psi_{\mathscr{E}}\rangle = \mathscr{E}\,|\psi_{\mathscr{E}}\rangle, \qquad (64)$$

принадлежащий собств. значению энергии $\mathscr{E}$. Ур-ние (64) является одним из осн. ур-ний К. м. и наз. стационарным уравнением Шрёдингера.

В стационарном состоянии постоянны и не меняются со временем ср. значение (любой) физ. величины f (не зависящей явно от времени) и вероятности w_{f_i} обнаружить при измерении то или иное значение f_i этой величины,

$$\overline{f} = \langle\Psi\,|\,\hat{f}\,|\,\Psi\rangle = \langle\psi_{\mathscr{E}}\,|\,\hat{f}\,|\,\psi_{\mathscr{E}}\rangle = \mathrm{const},$$

$$w_{f_i} = |\,a_{f_i}|^2 = |\langle f_i\,|\,\Psi\rangle|^2 = |\langle f_i\,|\psi_{\mathscr{E}}\rangle\,|^2 = \mathrm{const}.$$

В частности, не меняется со временем вероятность обнаружить частицу в окрестности к.-л. точки (поскольку для волновой ф-ции $\Psi(\boldsymbol{r},\,t) = \exp\{(-i\mathscr{E}/\hbar)t\}\psi(\boldsymbol{r})$ стационарного состояния $|\Psi(\boldsymbol{r},t)|^2 = |\psi(\boldsymbol{r})|^2$). Т. о., стационарное состояние аналогично стоячей волне, в к-рой зависимость от времени факторизована и амплитуда колебаний в каждой точке не зависит от времени.

Соотношение неопределённостей для энергии и времени

Для энергии и времени СН

$$\Delta\mathscr{E}\cdot\Delta t \geqslant \hbar \qquad (65)$$

отличается по смыслу от аналогичного соотношения (42), поскольку время t не является динамич. переменной и должно рассматриваться как параметр. Для нестационарных состояний с характерным разбросом энергии $\Delta\mathscr{E}$ под величиной Δt в (65) следует понимать промежуток времени, в течение к-рого существенно (на величину соответствующей дисперсии) изменяются ср. значения физ. величин, характеризующих систему. Так, для волнового пакета шириной $\Delta x \approx 1/\Delta k$ величина Δt соответствует времени его прохождения через заданную точку: $\Delta t \approx \Delta x/v_{\text{гр}} \sim 1/\Delta\omega$ (где $v_{\text{гр}} = \partial\omega/\partial k$ — групповая скорость пакета, а $\Delta\omega$ — характерный разброс частот). Для квазистационарного состояния (см. ниже) в качестве Δt выступает его время жизни τ, и из соотношения (65) получается выражение для его ширины: $\Gamma \sim \hbar/\tau$.

Др. аспект соотношения (65) заключается в том, что возмущение, действующее на систему в течение времени Δt, вызывает в ней (независимо от своей величины) переходы между уровнями энергии в интервале $\Delta\mathscr{E}$, определяемом (65) [отсюда получается, напр., критерий адиабатичности (см. *Адиабатические возмущения*)]. Этот аспект тесно связан с первым. Действительно, если рассматривать данную и возмущающую её системы как подсистемы единой замкнутой системы, то можно заключить, что последняя должна быть нестационарной и обладать характерным временем Δt изменения своих параметров (поскольку именно на это время включается взаимодействие между подсистемами). Отсюда следует, что объединённая система обладает разбросом по энергии $\Delta\mathscr{E} \gtrsim \hbar/\Delta t$. Если рассматриваемая подсистема первоначально находилась в стационарном состоянии, то таким разбросом энергии обладала бы возмущающая подсистема. Данная же подсистема приобретает его в результате обмена энергией при взаимодействии с возмущающей подсистемой. Условно можно сказать, что физ. система на короткие времена $\Delta t \sim \hbar/\Delta\mathscr{E}$ может переходить в виртуальные состояния с нарушением закона сохранения энергии на величину $\Delta\mathscr{E}$. Из (65) следует, что взаимодействие, приносимое *виртуальными частицами* с массой M, должно иметь радиус $\hbar/Mc$.

Стационарное уравнение Шрёдингера

В общем случае каждая квантовомеханич. система характеризуется своим энергетич. спектром, определяемым из ур-ния (64). В зависимости от вида потенц. энергии (т. е. от характера взаимодействия в системе), энергетич. спектр может быть либо дискретным (как у осциллятора), либо непрерывным (как у свободной частицы), либо смешанным (напр., уровни атома при энергиях возбуждения, меньших энергии ионизации, дискретны, а при бóльших энергиях — непрерывны).

Характер квантовомеханич. движения, описываемого ур-нием (64), можно понять, рассматривая одномерное движение частицы (вдоль оси x) в случае, когда потенц. энергия V зависит только от x. Ур-ние Шрёдингера в конфигурац. пространстве

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + V(x)\,\psi = \mathscr{E}\psi \qquad (66)$$

сводится к ур-нию

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{p^2(x)}{\hbar^2}\,\psi = 0, \qquad (67)$$

где выражение $p^2(x) = 2m\,[\mathscr{E} - V(x)]$ совпадает с квадратом классич. импульса частицы (с энергией $\mathscr{E}$) в точке x. В классич. механике должно всегда выполняться условие $\mathscr{E} \geqslant V(x)$, причём точки x_0, в к-рых $V(x_0) = \mathscr{E}$, являются точками остановки и ограничивают область возможного классич. движения. В отличие от классич. механики, ур-ние (66) имеет смысл и в области $V(x) > \mathscr{E}$, где классич. импульс формально становится мнимым. Эту область движения наз. «неклассической». Для действит. решения ур-ния (67) $\psi''(x)$ обращается в нуль в точках остановки и в точках, где обращается в нуль сама $\psi(x)$. Эти точки являются точками перегиба ф-ции $\psi(x)$. Отсюда вытекает, что в неклассич. области $\psi(x)$ либо вовсе не обращается в нуль (будучи направленной выпуклостью вниз при $\psi > 0$ или выпуклостью вверх при $\psi < 0$), либо имеет всего один нуль, где происходит перегиб и поэтому сохраняется монотонное изменение $\psi(x)$. В классич. же области движения возможны осцилляции ф-ции $\psi(x)$. Т. о., поведение $\psi(x)$ в классич. и неклассич. областях качественно различно.

Рассмотрим квантовомеханич. движение во внеш. поле с $V(x)$, изображённой на рис. 6. Для большей общности будем полагать наличие у $V(x)$ как потенц. барьера, так и *потенциальной ямы*, а также считать, что предельные значения V при $x \to \pm\infty$ отличаются друг от друга (для определённости $V_2 > V_1$). Характер движения в таком поле качественно определяется положением энергии $\mathscr{E}$ по отношению к предельным значениям потенц. энергии V_1 и V_2 на бесконечности. Он существенно различен в трёх областях: $\mathscr{E} > V_2 \geqslant V_1$ (I); $V_2 > \mathscr{E} > V_1$ (II); $V_{\min} < \mathscr{E} < V_1 \leqslant V_2$ (III) ($V_{\min}$ — мин. значение потенц. энергии). В области (I) при $x \to -\infty$ существуют два приближённых линейно независимых решения ур-ния (67): $e^{\pm ik_1 x}$, $k_1^2 = 2m(\mathscr{E} - V_1)/\hbar^2 > 0$, к-рые можно рассматривать как асимптотику нек-рых

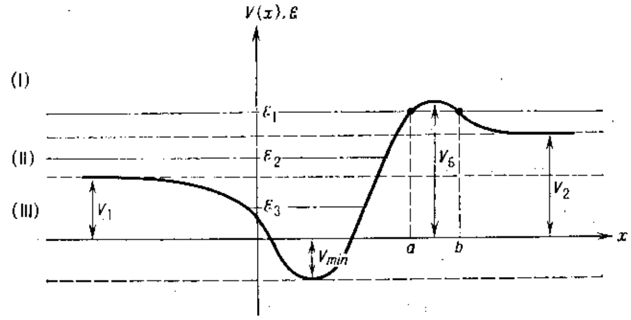

Рис. 6.