ской отвечает определённое поведение волновых полей, к-рые могут быть представлены в виде

$$u = a \exp(i\varphi). \tag{24}$$

При длине волны $\lambda \to 0$ фаза $\varphi(\boldsymbol{r}, t)$ (наз. *эйконалом*) очень быстро меняется с расстоянием, и её изменение на характерных размерах $L \gg \lambda$ велико. Волновой вектор и частота волны определяются производными эйконала:

$$k = \nabla\varphi, \quad \omega = -\frac{\partial\varphi}{\partial t}. \tag{25}$$

Согласно принципу Ферма, лучи света между двумя точками распространяются по траекториям, соответствующим миним. изменению эйконала. Исходя из отмеченных аналогий (рис. 4), можно ожидать, что волновая ф-ция частицы в конфигурац. представлении в предельном случае $\lambda \to 0$ должна иметь вид

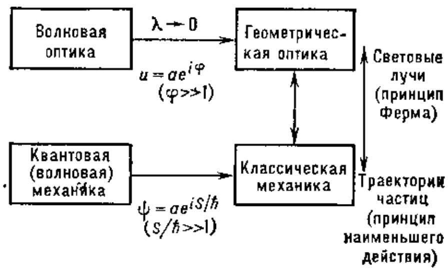

Рис. 4.

$$\psi(\boldsymbol{r}, t) = a \exp\left(\frac{i}{\hbar} S\right), \tag{26}$$

где S — действие, а $\hbar$ выступает как обезразмеривающий множитель в экспоненте. В классич. пределе $S/\hbar \gg 1$, и траектория частицы между двумя точками определяется минимумом S. Обобщённый импульс $\mathscr{P}$ и ф-ция Гамильтона H частицы при этом равны:

$$\mathscr{P} = \nabla S, \quad H = -\frac{\partial S}{\partial t}. \tag{27}$$

Ф-лы (25)—(27) при $\varphi = S/\hbar$ соответствуют гипотезе де Бройля. Используя (27) и дифференцируя ф-цию (26) по времени, получаем выражение:

$$i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial t} = H\psi. \tag{28}$$

Сравнивая (28) с общей зависимостью вектора состояния от времени (23), можно на основании принципа соответствия заключить, что оператор $\hat{K}$ отвечает ф-ции Гамильтона, делённой на $\hbar$. Обобщая полученный результат на произвольные системы, принимают в виде специального постулата:

IV—эволюция вектора состояния описывается временны́м уравнением Шрёдингера,

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Big| \psi\rangle = \hat{H} \,|\, \psi\rangle, \tag{29}$$

где $\hat{H}$ — *гамильтониан* системы.

Аналогично, дифференцируя (26) по координатам, имеем:

$$-i\hbar \nabla\psi = \mathscr{P}\psi. \tag{30}$$

Обобщая этот результат (с учётом принципа соответствия), принимают в качестве постулата выражение для оператора обобщённого импульса в конфигурац. пространстве:

$$\hat{\mathscr{P}} = -i\hbar\nabla. \tag{31}$$

Ввиду непрерывного (континуального) характера конфигурац. пространства матрица оператора импульса представляет собой *обобщённую функцию*. Для одномерного случая, напр., она выражается через производную δ-функции:

$$\mathscr{P}_{x,\, x'} = -i\hbar \frac{d}{dx} \delta(x - x'). \tag{32}$$

Действие оператора координаты частицы в конфигурац. пространстве сводится к умножению волновой ф-ции на координату.

В конфигурац. представлении гамильтониан получается заменой обобщённых импульсов в ф-ции Гамильтона соответствующими операторами. Так, для частицы с массой m в потенц. поле гамильтониан имеет вид:

$$\hat{H} = \frac{(-i\hbar\nabla)^2}{2m} + V(x, y, z) = \frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(x, y, z), \tag{33}$$

где $V(x, y, z)$ — потенц. энергия частицы в этом поле, а для частицы с зарядом e в эл.-магн. поле, описываемом скалярным φ и векторным $\boldsymbol{A}$ потенциалами:

$$\hat{H} = \frac{(-i\hbar\nabla - (e/c)\boldsymbol{A})^2}{2m} + e\varphi. \tag{34}$$

(Существенно, что оператор $-i\hbar\nabla$ отвечает именно обобщённому импульсу $\mathscr{P}$ частицы в эл.-магн. поле, к-рый в классич. механике имеет вид: $\mathscr{P} = m\boldsymbol{v} + (e/c)\boldsymbol{A}$.)

С помощью постулатов I—IV может быть полностью построена матем. схема К. м. [Для описания систем из одинаковых частиц необходим дополнит. постулат (см. ниже)]. Спец. исследования показали, что система постулатов К. м. полна и непротиворечива. Чёткие правила устанавливают соотношение между элементами матем. схемы и физ. величинами.

Среднее значение физической величины. Дисперсия

Согласно постулату III, вероятность получить в результате измерения физ. величины f её собств. значение f_i равна $|c_i|^2$, где c_i являются коэф. разложения вектора состояния системы $|\psi\rangle$ по собств. состояниям измеряемой величины. Поэтому ср. значение $\bar{f}$ физ. величины f в данном состоянии системы равно:

$$\bar{f} = \sum_i |c_i|^2 f_i. \tag{35}$$

Используя условие $\hat{f}|f_i\rangle = f_i|f_i\rangle$ и разложение (14), имеем:

$$\bar{f} = \langle\psi \,|\, \hat{f} \,|\psi\rangle. \tag{36}$$

Если вектор состояния задан в базисе $|g_i\rangle$, отличном от собств. векторов измеряемой величины, т. е. $|\psi\rangle = \sum_i a_i|g_i\rangle$, то матрица оператора $\hat{f}$ недиагональна и (36) принимает вид

$$\bar{f} = \sum_{i,k} a_i^* f_{ik} a_k, \tag{37}$$

соответствующий матричному произведению в (36):

$$\bar{f} = (a_1^* a_2^* \ldots) \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & \ldots \\ f_{21} & f_{22} & \ldots \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}.$$

В случае, когда система находится в собств. состоянии измеряемой величины, ср. значение совпадает с её собств. значением в этом состоянии. В общем случае существует разброс возможных значений измеряемой величины от ср. значения, характеризуемый дисперсией (ср. квадратичным отклонением):

$$\overline{\Delta f^2} = \overline{(\hat{f} - \bar{f})^2} = \langle\psi \,|\, (\hat{f} - \bar{f})^2 \,|\, \psi\rangle = \overline{f^2} - (\bar{f})^2. \tag{38}$$

Соотношение неопределённостей

Если операторы $\hat{f}$, $\hat{g}$ двух физ. величин f, g не коммутируют, эти величины не могут быть точно измерены