

распределения Ферми — Дирака (используется система единиц, в к-рой темп-ра  $T$  выражается в энергетич. единицах, т. е. в к-рой  $k=1$ ):

$$n(p) = \left[ \exp \left( \frac{\epsilon(p) - \mu}{T} \right) + 1 \right]^{-1}. \quad (9)$$

Это приводит к линейному по темп-ре закону теплоёмкости ферми-жидкости:

$$C = V \left( \frac{\pi}{3} \right)^{2/3} \frac{m^*}{\hbar^3} \left( \frac{N}{V} \right)^{1/3} T. \quad (10)$$

Время жизни квазичастиц в ферми-жидкости определяется процессами их рассеяния. При абс. нуле темп-ры они сводятся к рождению пар частица-дырка, причём вероятность такого рассеяния (с учётом принципа Паули) для квазичастицы с импульсом  $p$  пропорц.  $(p - p_F)^2$ . Поэтому реальный физ. смысл имеют лишь квазичастицы вблизи поверхности Ферми, где эта вероятность мала. Аналогично ср. длина пробега квазичастиц при конечных темп-рах  $l \sim T^{-2}$ , так что фермиевская жидкость при низких темп-рах в кинетич. отношении ведёт себя как разреж. газ и должна описываться *кинетическим уравнением*. Теплопроводность  $\kappa$  и вязкость  $\eta$  ферми-жидкости с понижением темп-ры изменяются след. образом:

$$\kappa \sim T^{-1}, \quad \eta \sim T^{-2}. \quad (10)$$

Соответственно с понижением темп-ры возрастает затухание звука, так что при  $T=0$  распространение обычного звука невозможно. Возможно, однако, распространение колебаний особого рода — *нулевого звука*, в к-ром происходит сложная деформация ф-ции распределения квазичастиц. Закон дисперсии этих колебаний, как и у обычного звука, линейный:  $\omega = u_0 k$ . (где  $\omega$  — частота колебаний,  $k$  — волновое число), но скорость их распространения  $u_0$  не выражается непосредственно через сжимаемость (8), а требует для своего определения решения кинетич. ур-ния. Затухание нулевого звука пропорц. большей из величин  $(\hbar \omega)^2$  и  $T^2$  и при низких темп-рах мало. Нулевой звук представляет собой бозевскую ветвь спектра возбуждений ферми-жидкости.

От распределения по импульсам квазичастиц, даваемого ф-лой (9), следует отличать распределение по импульсам реальных частиц. Последнее размыто даже при  $T=0$ , однако, как и распределение квазичастиц, имеет резкий скачок при  $p = p_F$ .

Для описания магн. свойств ферми-жидкости необходимо рассматривать ф-ции распределения частиц, зависящие от проекции их спинов на направление магн. поля. При этом ф-ция взаимодействия  $f$  является матрицей по спиновым индексам взаимодействующих частиц, к-рую в пренебрежении слабыми релятивистскими (спин-орбитальным и спин-спиновым) взаимодействиями можно записать в виде

$$f = I \varphi(p, p') + \sigma \sigma' G(p, p'), \quad (11)$$

где  $I$  — единичная матрица,  $\sigma$  и  $\sigma'$  — *Паули матрицы*, действующие на спиновые индексы частиц с импульсами  $p$  и  $p'$ ,  $\varphi$  и  $G$  — скалярные ф-ции. Магн. восприимчивость  $\chi$  ферми-жидкости при низких темп-рах стремится к пост. пределу:

$$\chi^{-1} = \frac{2\pi^2 \hbar^3}{\beta_0 p_F m^*} \left[ 1 + \frac{p_F m^*}{2\pi^2 \hbar^3} \int G(\vartheta) 2\pi \sin \vartheta d\vartheta \right], \quad (12)$$

где  $\beta_0$  — магн. момент изолированной частицы.

С микроскопич. точки зрения ф-ция взаимодействия  $f$  представляет собой амплитуду рассеяния квазичастиц «вперёд», когда передача энергии  $\hbar \omega$  и передача импульса  $\hbar k$  стремятся к нулю. Предельное значение амплитуды зависит от порядка перехода к указанному пределу, и ф-ция  $f$  выражается через амплитуду, когда  $\omega$ ,  $k$  и  $k/\omega$  стремятся к нулю.

Последоват. микроскопич. вычисленные параметров ферми-жидкости возможно лишь в случае разреж. систе-

мы, т. е. *ферми-газа*, когда ср. расстояние между частицами велико по сравнению с *длиной рассеяния*  $a$  частиц друг на друге:

$$(N/V)^{-1/3} \gg a. \quad (13)$$

В этом случае все характеристики системы можно определять, используя теорию возмущений. В частности, для эфф. массы имеем:

$$\frac{m^*}{m} \approx 1 + \frac{8}{15\pi^2} (7 \ln 2 - 1) \left( \frac{a p_F}{\hbar} \right)^2.$$

**Бозе-жидкость.** В области самых малых импульсов квазичастицы в бозе-жидкости являются *фононами* — квантами звука с законом дисперсии

$$\epsilon(p) = up, \quad (14)$$

где  $u$  — скорость звука, связанная со сжимаемостью жидкости при  $T=0$  обычной ф-лой:

$$u^2 = \frac{\partial P}{\partial \rho}. \quad (15)$$

Соответственно теплоёмкость жидкости при самых низких темп-рах имеет вид

$$C = V \frac{2\pi^2 T^3}{15 (\hbar u)^3}. \quad (16)$$

Ход кривой спектра  $\epsilon(p)$  при не малых значениях импульса определяется конкретными свойствами взаимодействия атомов. В реальном <sup>4</sup>He эта кривая, измеренная экспериментально с помощью неупругого рассеяния медленных нейтронов, имеет форму, показанную на рисунке. Фактически вклад в термодинамич. ф-цию жидкости, кроме начальной — фононной — части, вносят квазичастицы вблизи минимума кривой — *ротон*ы, где кривая может быть представлена в виде

$$\epsilon = \Delta + \frac{(p - p_0)^2}{2\mu^*}$$

с эксперим. значениями параметров:  $\Delta = 8,7$  К,  $p_0/\hbar = 1,9 \cdot 10^8$  см<sup>-1</sup>,  $\mu^* = 1,1 \cdot 10^{-24}$  г.

При нормальном давлении  $\partial^2 \epsilon / \partial p^2|_{p \rightarrow 0} > 0$ . Это приводит к тому, что фононы нач. части кривой могут распадаться на фононы с меньшими импульсами, что даёт при малых  $p$  затухание  $\sim p^6$ . Большая же часть кривой при  $T=0$  является незатухающей. При  $p \approx 1,5 p_0$  кривая  $\epsilon(p)$  достигает значения  $2\Delta$ . В этой точке появляется возможность распада квазичастицы на два ротона с энергиями  $\Delta$  каждый. При этом значении импульса кривая  $\epsilon(p)$  обрывается.

Важнейшим свойством бозевской жидкости при низких темп-рах является её *сверхтекучесть* — способность двигаться относительно сосуда без диссипации энергии. Как показал Л. Д. Ландау (1941), это свойство тесно связано с видом спектра квазичастиц. Диссипация энергии при абс. нуле темп-ры означает рождение квазичастиц при движении. Однако для спектра, показанного на рис., такой процесс невозможен при достаточно малой скорости движения в силу законов сохранения энергии и импульса.

Действительно, пусть жидкость движется относительно сосуда со скоростью  $V$ . Тогда если энергия квазичастицы в неподвижной жидкости есть  $\epsilon(p)$ , то в системе координат, связанной с сосудом, её энергия равна  $\epsilon(p) + pV$ , согласно закону преобразования энергии в релятивистской механике. Рождение квазичастиц, связанное с диссипацией энергии, возможно, если последнее выражение отрицательно при каких-то значениях  $p$ , т. е. если скорость движения больше критич. скорости  $V_c$  (критерий Ландау):

$$V > V_c = \min \frac{\epsilon(p)}{p}. \quad (17)$$

Если правая часть выражения (17) отлична от нуля, как это имеет место для реального спектра гелия, показанного на рис., диссипация отсутствует при всех ско-