

ходящую в классически недоступной области, вдоль к-рой минимален модуль мнимого действия. Вероятность туннелирования в основном определяется экспоненциально малым фактором $\exp(-2|S|/\hbar)$, где S — мнимое действие вдоль туннельной траектории. Предэкспоненц. множитель находится с помощью правил спивки на каустике по известной волновой ф-ции внутри потенц. ямы.

К. п. легко обобщается на нестационарный случай, если в ф-ле (12) подразумевать под S зависящее от времени действие, подчиняющееся нестационарному ур-нию Гамильтона — Якоби.

К. п. можно получить из представления Фейнмана волновой ф-ции в виде интеграла по всем путям (см. *Функционального интеграла метод*), если считать \hbar малой величиной. Тогда осн. вклад в интеграл вносит малая окрестность путей, вдоль к-рых действие минимально, т. е. классич. траекторий.

К. п. можно использовать в чисто матем. целях для выяснения асимптотич. вида решений обыкновенных линейных дифференц. ур-ний второго порядка:

$$y'' + q^2(x)y = 0$$

[ср. с ур-нием (2)]. К такому виду приводятся ур-ния для *гипергеометрических функций* и нек-рых важных частных случаев этих ф-ций (ф-ций Бесселя, Лежандра, Лагерра и др.). Асимптотич. решения этих ур-ний имеют общий вид

$$y = \frac{A}{Vq} \exp\left(i \int_{x_0}^x q dx\right) + \frac{B}{Vq} \exp\left(-i \int_{x_0}^x q dx\right)$$

и подчиняются эталонным ур-ниям вблизи разл. особых точек. Если $q^2(x)$ — аналитич. ф-ция, то такие решения можно продолжить в комплексную плоскость x . Однако на нек-рых линиях в комплексной плоскости, наз. линиями Стокса, коэф. A и B могут резко меняться. В частности, из каждой точки поворота x_0 , в к-рой $q^2(x_0) = 0$, выходят три линии Стокса под углом 120° .

Решение y_0 , к-рое ведёт себя как $\exp\left(i \int_{x_0}^x q dx\right)$ на биссектрисе одного из углов (убывающая экспонента), приходит с неизменным коэф. на линии Стокса, ограничивающие этот угол. Но на третьей линии Стокса появляется вторая экспонента с коэф. $\pm i$. Матрица, преобразующая коэф. A, B при переходе с одной линии Стокса на другую, наз. *матрицей монодромии*. Знание этой матрицы позволяет «сшивать» квазиклассич. асимптотики в разных областях без детального исследования эталонных уравнений. В частности, приведённое правило изменения коэффициентов в окрестности точки поворота эквивалентно правилу спивки (4).

Историческая справка. Как метод решения дифференц. ур-ний К. п. впервые применялось Ж. Лиувиллем (J. Liouville) в 1837. Дальнейшее развитие К. п. нашло в трудах Рэлея (J. Rayleigh, 1912) и Х. Джеффриса (H. Jeffreys, 1923). В связи с задачами квантовой механики К. п. было вновь изобретено Г. Венцелем (G. Wentzel), Х. Крамерсом (H. A. Kramers) и Л. Бриллюэном (L. N. Brillouin) в 1926, вследствие чего оно часто и наз. методом ВКБ (WKB или JWKB). Крамерс, в частности, установил правила спивки вблизи точки поворота.

Квазиклассич. правила квантования были угаданы Н. Бором (N. Bohr) в 1913, за 13 лет до создания регулярной квантовой механики.

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Квантовая механика, 3 изд., М., 1974; Мигдал А. Б., Качественные методы в квантовой теории, М., 1975; Маслов В. П., Фадорюк М. В., Квазиклассическое приближение для уравнений квантовой механики, М., 1976. В. Л. Покровский.

КВАЗИКООРДИНАТЫ — понятия, устанавливаемые след. образом: если положение механич. системы определяется s обобщёнными координатами q_1, q_2, \dots, q_s , то величины $d\pi_1, d\pi_2, \dots, d\pi_s$, являющиеся независимыми

друг от друга линейными комбинациями дифференциалов координат q_1, q_2, \dots, q_s и выражаемые неинтегрируемыми равенствами вида

$$d\pi_i = a_{i1} dq_1 + a_{i2} dq_2 + \dots + a_{is} dq_s \quad (i = 1, 2, \dots, s) \quad (1)$$

(где a_{ik} — коэф., зависящие от q_1, q_2, \dots, q_s), наз. дифференциалами К., а сами $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_s$ — К. данной системы. Поскольку ур-ния (1) неинтегрируемы, то явные выражений для К. π_i как функций q_1, q_2, \dots, q_s не существует. Если же ур-ния (1) могут быть проинтегрированы и из них можно определить π_i как ф-ции q_1, q_2, \dots, q_s , то π_i будут в этом случае не К., а нек-рыми новыми обобщёнными координатами системы.

По аналогии величины

$$\omega_i = \frac{d\pi_i}{dt} = a_{i1} \dot{q}_1 + a_{i2} \dot{q}_2 + \dots + a_{is} \dot{q}_s \quad (i = 1, 2, \dots, s) \quad (2)$$

(где $\dot{q}_k = dq_k/dt$ — обобщённые скорости, t — время) наз. *к в а з и с к о р о с т я м и*. Поскольку явных выражений для К. π_i не существует, то ω_i , в отличие от обобщённых (истинных) скоростей, не представляют собою производных по времени от к.-н. координат (параметров), а символ $d\pi_i/dt$ в равенствах (2) является лишь условным обозначением.

Использование К. и квазискоростей позволяет в ряде случаев существенно упростить вид соответствующих ф-л и ур-ний, а также выкладок, связанных с их получением. Напр., для твёрдого тела, движущегося вокруг неподвижной точки O , проекции его мгновенной угл. скорости на связанные с телом оси $Oxyz$, если за обобщённые координаты принять *Эйлера углы* φ, ψ, θ , имеют значения (см. *Эйлера кинематические уравнения*):

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{d\pi_1}{dt} = (\sin \theta \sin \varphi) \dot{\psi} + (\cos \varphi) \dot{\theta}, \\ \omega_2 &= \frac{d\pi_2}{dt} = (\sin \theta \cos \varphi) \dot{\psi} - (\sin \varphi) \dot{\theta}, \\ \omega_3 &= \frac{d\pi_3}{dt} = \dot{\varphi} + (\cos \theta) \dot{\psi}. \end{aligned} \quad (3)$$

Эти ур-ния, по виду аналогичные равенствам (2), не могут быть проинтегрированы и из них нельзя определить π_1, π_2, π_3 как ф-ции φ, ψ, θ . Следовательно, π_1, π_2, π_3 будут в данном случае соответствующими К., а $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ — квазискоростями, к-рые не могут быть выражены в виде производных по времени от к.-н. величин. Но используя $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ и приняв одновременно за оси $Oxyz$ гл. оси инерции тела для точки O , можно, напр., получить очень компактное выражение для кинетич. энергии T тела: $T = 0,5(I_1 \omega_1^2 + I_2 \omega_2^2 + I_3 \omega_3^2)$, где I_1, I_2, I_3 — моменты инерции тела относительно осей x, y, z соответственно. Из равенств (3) видно, каким громоздким будет ур-ние для T , выраженное непосредственно через координаты φ, ψ, θ и скорости $\dot{\varphi}, \dot{\psi}, \dot{\theta}$. Если же в данном случае воспользоваться ур-ниями Лагранжа в К. (см. [2]), то в них вместо производных от T по обобщённым скоростям $\dot{\varphi}, \dot{\psi}, \dot{\theta}$ войдут производные по квазискоростям $\omega_1, \omega_2, \omega_3$, имеющие, как видно, очень простые выражения ($\partial T/\partial \omega_1 = I_1 \omega_1$ и т. д.), а производные по К. π_1, π_2, π_3 обратятся в нули; в результате получаются очень компактные дифференц. ур-ния движения тела вокруг точки O (см. *Эйлера динамические уравнения*).

Лит.: 1) Уиттекер Е. Т., Аналитическая динамика, пер. с англ., М. — Л., 1937, § 30; 2) Лурье А. И., Аналитическая механика, М., 1961. С. М. Тарг.

КВАЗИКРИСТАЛЛ — твёрдое тело, состоящее из атомов, к-рые не образуют кристаллич. решётки, но тем не менее обладают дальним порядком, порядком, проявляющимся в способности когерентно рассеивать падающее излучение (см. *Дальний и ближний порядок*). Дальний порядок принципиально отличается К. от жидкостей и аморфных тел, а отсутствие подрешеток — от таких нестехиометрич. соединений, как т. н. алхим. золото ($Hg_{3-6}As\delta$). Как и вещества с волнами