ф-цию φ, можно получить новую форму $\varphi\omega$, к-рую также можно интегрировать. Поэтому форму ω можно использовать как меру, чтобы интегрировать по этой мере любые ф-ции на многообразии. В частности, на римановом ориентируемом многообразии можно использовать форму $\omega=\sqrt{g}\,dx^1\wedge\ldots\wedge dx^n$ (риманову меру).

Интегрирование форм является мощным инструментом в приложениях гл. обр. потому, что для интегралов от форм справедлива теорема, обобщающая *Стокса формулу* из обычного векторного анализа в $\mathbb{R}^3$. В общем случае теорема Стокса выражается ф-лой $\int\limits_M d\omega=\int\limits_{\partial M}\omega$, где через ∂M обозначена граница M. Для многообразия M размерности n ранг формы ω равен $n-1$ и совпадает с размерностью многообразия ∂M. Ориентация многообразия ∂M в теореме Стокса согласуется с ориентацией многообразия M. Для этого в M (в окрестности нек-рой граничной точки его) выбирается такая система координат $\{x^1, \ldots, x^{n-1}, x^n\}$, в к-рой граница ∂M определяется условием $x^n=0$, а внутр. точкам многообразия M соответствуют значения $x^n>0$. Тогда совокупность чисел $\{x^1, \ldots, x^{n-1}\}$ может служить системой координат на ∂M.

Частными случаями сформулиров. теоремы являются не только обычная ф-ла Стокса, но и ф-ла Гаусса—Остроградского, и целый ряд других интегр. соотношений, применяемых в физике, в частности в теории поля.

На примере электродинамики видно, как естественно выражаются физ. законы в терминах внеш. форм и интегралов от них: 4-вектор тока I_i ($i=0, 1, 2, 3$) определяет 1-форму $I=I_i\,dx^i$, а тензор напряжённости эл.-магн. поля F_{ij} — 2-форму $F=(1/2)\,F_{ij}\,dx^i\wedge dx^j$ в пространстве-времени ($x^0=ct$). В этих терминах первая пара ур-ний Максвелла (к-рая в обычных 4-мерных обозначениях записывается как $F_{ij,k}+F_{jk,i}+F_{ki,j}=0$) принимает вид $dF=0$, а вторая ($\partial F^{ij}/\partial x^j=4\pi c^{-1}I^i$) выражается через дуальные формы в виде $d*F=4\pi c^{-1}*I$. С помощью теоремы Стокса из этих ур-ний легко выводятся соотношения (интегр. форма ур-ний Максвелла) $\int\limits_{\partial V}F=0$, $\int\limits_{\partial V}*F=4\pi c^{-1}\int\limits_V *I$, где V — любая 3-мерная гиперповерхность в 4-мерном пространстве-времени. Напр., если V — чисто пространств. объём (т. е. область на гиперплоскости пост. времени), то первое соотношение означает обращение в ноль магн. потока через любую замкнутую поверхность, а второе утверждает, что поток электрич. поля через замкнутую поверхность пропорционален полному заряду, находящемуся внутри неё.

Лит.: Арнольд В. И., Математические методы классической механики, 2 изд., М., 1979; Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т., Современная геометрия. Методы и приложения, 2 изд., М., 1985; Зорич В. А., Математический анализ, ч. 1—2, М., 1981—84; Шутц Б., Геометрические методы математической физики, пер. с англ., М., 1984. *М. Б. Менский.*

ДИФФЕРЕНЦИА́ЛЬНЫЙ ОПЕРА́ТОР — оператор, заданный дифференц. выражением и действующий в пространстве ф-ций. Дифференц. выражение обобщает понятие производной. Обыкновенное дифференц. выражение строится след. образом. Пусть $F(x, y_0, y_1, \ldots, y_n)$ — вещественная ф-ция $(n+2)$ переменных, определённая для значений своих аргументов в прямоугольной области $\Delta=I\times J_0\times J_1\times\ldots\times J_n$, где I, J_k — отрезки числовой оси (возможно, уходящие на ∞). Отвечающее ей дифференц. выражение $F(x, u, du/dx, \ldots, d^nu/dx^n)$ определено на ф-циях $u(x)$ с необходимыми свойствами дифференцируемости в Δ: для x из I все d^ku/dx^k существуют и принимают значения из J_k при $0\leqslant k\leqslant n$. Макс. порядок производной наз. порядком дифференц. выражения. Дифференц. выражение наз. квазилинейным, если F линейна по y_n, и линейным, если она линейна по всем y_k, $0\leqslant k\leqslant n$. Все остальные дифференц. выражения наз. нелинейными. Для дифференц. выражений с частными производными независимые переменные $x=x_1, \ldots, x_m$ пробегают область в $\mathbb{R}^m$, а остальными аргументами F являются ф-ция $u(x)$ и её частные производные $D^\alpha u=\partial^{\alpha_1+\ldots+\alpha_m}/\partial x_1^{\alpha_1}\ldots\partial x_m^{\alpha_m}$. Квазилинейность дифференц. выражения с частными производными означает линейность F по всем производным макс. порядка, а его линейность — линейность F по всем производным и самой ф-ции u. Вся эта терминология автоматически переносится на Д. о.

Помимо дифференц. выражения Д. о. определяется классом ф-ций, в к-ром он действует. С матем. точки зрения разл. классам ф-ций (с разными свойствами гладкости и разными граничными условиями) отвечают разл. Д. о. Это различие имеет и физ. интерпретацию.

В большинстве физ. примеров Д. о. линейны. Важнейшие из них — операторы квантовой механики. Напр., операторы импульса $\hat{p}_j$, орбитального момента $\hat{M}_j$, гамильтониан $\hat{H}$ для волновых функций $\varphi(q_j)$ в координатном представлении реализуются как Д. о.: $\hat{p}_j=-i\hbar\partial/\partial q_j$, $\hat{M}_j=-i\hbar(q_k\partial/\partial q_l-q_l\partial/\partial q_k)$, $\hat{H}=-(\hbar^2/2m)\sum\limits_j(\partial^2/\partial q_j^2)+V(q)$ (здесь j, k, l — циклич. перестановки индексов 1, 2, 3, m — масса, V — потенц. энергия частицы). Физ. интерпретация их собств. значений требует, чтобы эти Д. о. были самосопряжёнными операторами. Но даже в тривиальной физ. ситуации одномерного свободного движения на полуоси $0\leqslant q<\infty$ гамильтониан $\hat{H}=-(\hbar^2/2m)\,\partial^2/\partial q^2$ будет самосопряжённым Д. о. лишь для волновых ф-ций $\psi(q)$, удовлетворяющих граничным условиям $\psi'(0)+a\psi(0)=0$ с веществ. a. Такие ф-ции можно представить как суперпозицию $\exp(-ikq)+\alpha\exp(ikq)$ приходящей и уходящей плоских волн с импульсом k, где $\alpha=(ik-a)/(ik+a)$ описывает изменение фазы при отражении в точке $q=0$. Т. о., разные граничные условия описывают разные законы отражения и, следовательно, разные физ. ситуации.

С помощью дифференц. выражений формулируют и дифференц. ур-ния. Поэтому вопросы существования, единственности, зависимости от нач. данных для решений дифференц. ур-ний естественно ставятся на языке свойств Д. о. как вопросы об области определения, ядре, непрерывности обратного оператора. Напр., теоремы существования решений доказывают с помощью метода сжатых отображений — классич. метода теории операторов. Существенную информацию дают исследование спектра Д. о. и свойств его резольвенты, разложение по его собств. ф-циям, изучение возмущений Д. о. Наиб. развита теория линейных Д. о., к-рые вообще являются важнейшим примером неограниченных операторов (см. *Линейный оператор*). В дифференц. геометрии и физ. приложениях особую роль играет класс Д. о., не меняющихся или меняющихся спец. образом при действии на дифференц. выражение преобразований из нек-рой группы (см., напр., *Ковариантная производная*, *Лапласа оператор*). Д. о. служат для описания структуры ряда матем. объектов. Напр., *обобщённую функцию* медленного роста можно представить как результат действия Д. о. на непрерывную ф-цию степенного роста.

Лит.: Наймарк М. А., Линейные дифференциальные операторы, 2 изд., М., 1969; Хёрмандер Л., Линейные дифференциальные операторы с частными производными, пер. с англ., М., 1965; Рихтмайер Р., Принципы современной математической физики, пер. с англ., М., 1982. *В. П. Павлов.*

ДИФФЕРЕНЦИ́РУЮЩАЯ ЦЕПЬ — устройство, предназначенное для дифференцирования по времени электрич. сигналов. Выходная реакция Д. ц. $u_{вых}(t)$ связана со входным воздействием $u_{вх}(t)$ соотношением $u_{вых}=\tau_0 du_{вх}/dt$, где τ_0 — пост. величина, имеющая размерность времени. Различают пассивные и активные Д. ц. Пассивные Д. ц. применяют в импульсных и цифровых устройствах для укорачивания импульсов. Ак-