ДИРА́КА МА́ТРИЦЫ — 4×4 матрицы, действующие на спиновую переменную четырёхкомпонентного спинора (биспинора) Дирака (ψ). Д. м. входят в квантовое волновое ур-ние для релятивистской частицы со спином ½, а также в гамильтонианы взаимодействия полей, в случае если во взаимодействии участвуют частицы со спином ½ (напр., в гамильтониан слабого взаимодействия). Д. м. α_k ($k=1, 2, 3$) и β представляют собой эрмитовы матрицы, удовлетворяющие соотношениям

$$\begin{gathered}\alpha_k\alpha_l+\alpha_l\alpha_k=2\delta_{kl},\\ \alpha_k\beta+\beta\alpha_k=0,\quad \beta^2=1\end{gathered} \tag{1}$$

(δ_{kl} — *Кронекера символ*). При вычислении сечений процессов с участием частиц со спином ½ явный вид Д. м. не нужен, достаточно использовать соотношения (1). Однако при решении *Дирака уравнения* удобно пользоваться определ. представлением Д. м. Часто применяют представление, в к-ром матрица β диагональна (представление Дирака — Паули). В этом представлении матрицы α_k и β имеют вид

$$\alpha_k=\begin{pmatrix}0&\sigma_k\\ \sigma_k&0\end{pmatrix},\quad \beta=\begin{pmatrix}I&0\\0&-I\end{pmatrix}, \tag{2}$$

где σ_k — *Паули матрицы*, а I — единичная 2×2 матрица. Форма ур-ния Дирака, записанного в ковариантном виде, зависит от выбора метрики. В метрике Паули [$x=(\boldsymbol{x}, x_4=ix_0)$, $\boldsymbol{x}(x_1, x_2, x_3)$ — пространственная координата, x_0 — время; применяется система единиц, в к-рой $\hbar=c=1$] ур-ние Дирака для свободной частицы массы m имеет вид

$$\left(\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_\mu}+m\right)\psi=0,\quad \mu=1,\ 2,\ 3,\ 4 \tag{3}$$

(здесь и далее по повторяющимся индексам — в данном случае по μ — производится суммирование), где

$$\gamma_k=i\alpha_k\beta=-i\beta\alpha_k,\ \gamma_4=\beta\ — \tag{4}$$

эрмитовы матрицы, удовлетворяющие перестановочным соотношениям

$$\gamma_\mu\gamma_\nu+\gamma_\nu\gamma_\mu=2\delta_{\mu\nu} \tag{5}$$

Важную роль в физике частиц играет матрица

$$\gamma_5=\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4, \tag{6}$$

удовлетворяющая соотношениям

$$\gamma_\mu\gamma_5+\gamma_5\gamma_\mu=0,\quad \gamma_5^2=1,\quad \gamma_5^+=\gamma_5 \tag{7}$$

(+ означает эрмитово сопряжение). В представлении Дирака — Паули матрица γ_5 имеет вид

$$\gamma_5=\begin{pmatrix}0&-I\\-I&0\end{pmatrix}. \tag{8}$$

Путём перемножения матриц γ можно построить следующие 16 независимых матриц Дирака:

$$1;\ \gamma_\mu;\ \sigma_{\mu\nu}=\frac{1}{2i}(\gamma_\mu\gamma_\nu-\gamma_\nu\gamma_\mu);\ \gamma_\mu\gamma_5;\ \gamma_5. \tag{9}$$

Любая 4×4 матрица может быть разложена по полной системе матриц (9). Между Д. м. имеет место ряд соотношений, часто использующихся в приложениях, напр.:

$$\begin{gathered}\gamma_\mu\gamma_\rho\gamma_\nu=\delta_{\mu\rho}\gamma_\nu+\delta_{\mu\nu}\gamma_\rho+\delta_{\rho\nu}\gamma_\mu-\varepsilon_{\mu\nu\rho\tau}\gamma_\tau\gamma_5,\\ \sigma_{\mu\nu}=-\frac{1}{2}\varepsilon_{\mu\nu\rho\tau}\sigma_{\rho\tau}\gamma_5.\end{gathered} \tag{10}$$

Здесь $\varepsilon_{\mu\nu\rho\tau}$ — абсолютно антисимметричный (относительно перестановки любых двух индексов) тензор, $\varepsilon_{1234}=1$.

Если метрика выбрана так, что скалярное произведение четырёхмерных векторов A и B равно:

$$\begin{gathered}AB=A^0B^0-\boldsymbol{AB}=g_{\mu\nu}A^\mu B^\nu,\\ \mu,\ \nu=0,\ 1,\ 2,\ 3\end{gathered} \tag{11}$$

[т. е. $x=(x^0, \boldsymbol{x})$, x^0 — время, $\boldsymbol{x}(x^1, x^2, x^3)$], где $g_{00}=1$, $g_{ik}=-\delta_{ik}$, $g_{0i}=g_{i0}=0$, то ур-ние Дирака имеет вид

$$\left(i\gamma^\mu\frac{\partial}{\partial x_\mu}-m\right)\psi=0. \tag{12}$$

Матрицы γ^μ связаны с матрицами α и β соотношениями

$$\gamma^0=\beta,\ \gamma^k=\beta\alpha_k,\ \gamma^5=-i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \tag{13}$$

и удовлетворяют перестановочным соотношениям

$$\gamma^\mu\gamma^\nu+\gamma^\nu\gamma^\mu=2g^{\mu\nu}. \tag{14}$$

Из (13) видно, что γ^0 — эрмитова матрица, γ^k — антиэрмитовы матрицы.

Лит.: Паули В., Общие принципы волновой механики, пер. с нем., М.—Л., 1947; Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В., Введение в теорию квантованных полей, 4 изд., М., 1984; Бьёркен Д. Д., Дрелл С. Д., Релятивистская квантовая теория, пер. с англ., т. 1, М., 1978.

С. М. Биленький.

ДИРА́КА ПО́ЛЕ — физ. поле частиц со спином ½ (электронов, мюонов, кварков и др.). При *Лоренца преобразованиях* и поворотах в пространстве преобразуется как четырёхкомпонентный спинор (биспинор). В квантовой теории поля во *взаимодействия представлении* оператор Д. п. $\psi(x)$ удовлетворяет *Дирака уравнению* для свободной частицы. Лагранжиан свободного Д. п. имеет вид (в системе единиц $\hbar=c=1$):

$$L=\bar\psi\left(i\gamma^\mu\frac{\partial}{\partial x^\mu}-m\right)\psi, \tag{1}$$

где по повторяющемуся индексу $\mu=0, 1, 2, 3$ производится суммирование; m — масса спинорной частицы, γ^μ — *Дирака матрицы*, x^μ — четырёхмерные координаты, черта над $\bar\psi$ означает дираковское сопряжение: $\bar\psi=\psi^+\gamma^0$ (крестом помечено эрмитово сопряжение). Четырёхмерный вектор энергии-импульса (4-импульса)

$$P_\mu=i\int\bar\psi\gamma^0\frac{\partial}{\partial x^\mu}\psi\,dx \tag{2}$$

является сохраняющейся величиной. Здесь P_0 — энергия, $\boldsymbol{P}$ — импульс Д. п. [интегрирование в (2) проводится по всему пространству].

Если ψ — неэрмитов оператор, то Д. п. описывает заряж. частицы, при этом оператор заряда даётся выражением

$$Q=e\int\bar\psi\gamma^0\psi\,dx, \tag{3}$$

где e — заряд частицы. Сохранение заряда поля является следствием инвариантности относительно глобальных *калибровочных преобразований*.

Разложение оператора $\psi(x)$ по полной системе решений ур-ния Дирака с определ. импульсами имеет вид

$$\begin{gathered}\psi(x)=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int\frac{1}{\sqrt{2p_0}}\left[a_\lambda(p)\,e^{-ipx}u_\lambda(p)+\right.\\ \left.+\tilde a_\lambda^+(p)\,e^{ipx}u_\lambda(-p)\right]d\boldsymbol{p}.\end{gathered} \tag{4}$$

Здесь $a_\lambda(p)$ и $\tilde a_\lambda^+(p)$ — операторы уничтожения частицы и рождения античастицы с 4-импульсом $p=(\sqrt{m^2+\boldsymbol{p}^2}, \boldsymbol{p})$ и *спиральностью* $\lambda=\pm½$, а спиноры $u_\lambda(p)$, $u_\lambda(-p)$ удовлетворяют ур-ниям

$$\begin{gathered}(\gamma^\mu p_\mu-m)\,u_\lambda(p)=0,\\ (\gamma^\mu p_\mu+m)\,u_\lambda(-p)=0,\\ (\gamma^\mu p_\mu=\gamma^0p^0-\gamma^\alpha p^\alpha,\ \alpha=1,\ 2,\ 3).\end{gathered} \tag{5}$$

Д. п. квантуется так, чтобы для системы частиц выполнялся принцип Паули. В соответствии с этим принци-