Модель случайных кластеров. Статистич. сумму модели Поттса можно представить графически, используя след. представление ПСВ: $\exp(K\delta_{p_1p_2}) = 1+v\delta_{p_1p_2}$, $v=\exp K-1$. На графе сопоставим 1 пустое ребро, а $v\delta_{p_1p_2}$ — заполненное (рис. 5). Кластером наз. совокупность узлов, соединённых заполненными рёбрами. Изолиров. узел также считается кластером. Статистич. сумма q-компонентной модели Поттса представляется в виде $Z(q,v)=\sum_{\text{по графам}} q^k v^m$, где k — число кластеров, а m — число заполненных рёбер в графе. Определив статистич. сумму графически, можно не считать q целым числом. Модель Поттса при $q=1$ связана с процессами протекания (см. *Протекания теория*), а при $q=0$ — со статистикой длинных полимерных молекул без самопересечения. Модель случайных кластеров можно преобразовать в $6V$-модель.

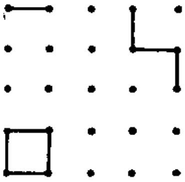


Рис. 5. Пример графа в кластерном разложении модели Поттса.

Критические свойства двумерных систем. При достаточно низких темп-рах ср. значение *параметра порядка* (намагниченности) системы с дискретной абелевой группой симметрии отлично от нуля. При высоких темп-рах система находится в неупорядоч. состоянии. В системах с непрерывной группой симметрии намагниченность отсутствует во всём диапазоне темп-р.

В модели БВ различие между фазами выражается в поведении корреляторов на больших расстояниях. Ниже точки перехода (в т. н. мягкой фазе) они убывают по степенному закону, выше точки перехода убывание происходит экспоненциально. В мягкой фазе взаимодействие между пробными зарядами кулоновское (логарифмическое). После диссоциации вихревых молекул пробные заряды экранируются и взаимодействуют экспоненциально слабо. Изменение характера взаимодействия приводит к изменению зависимости коррелятора от расстояния.

В Z_q-симметричных моделях при $q>4$ существует интервал темп-р ($4<2\pi J_{\text{эфф}}<q^2/4$, где $J_{\text{эфф}}$ — эфф. постоянная взаимодействия), в к-ром симметрия восстанавливается. В этой фазе корреляторы убывают по степенному закону (мягкая фаза). На верх. границе интервала происходит описанный выше переход в кулоновском газе вихрей. Высокотемпературная фаза характеризуется полным беспорядком и экспоненц. спаданием корреляторов. При $q<4$ промежуточная (мягкая) фаза отсутствует. Фазовые диаграммы для $q=4$ и $q>4$ изображены на рис. 6.

Точное решение модели Изинга демонстрирует существование единств. фазового перехода 2-го рода

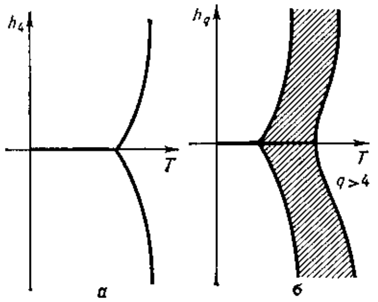


Рис. 6. Фазовые диаграммы модели Березинского — Виллэна с нарушенной симметрией (см. табл. 1). Утолщённый отрезок оси абсцисс соответствует мягкой фазе. При $q>4$ заштрихованная область между двумя жирными линиями соответствует мягкой фазе.

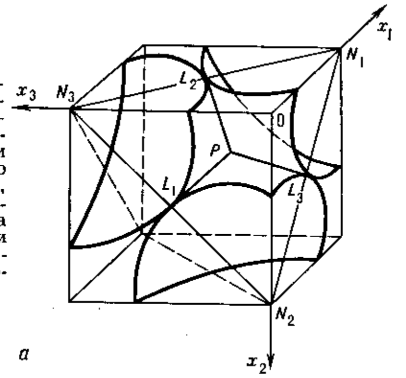
в точке, где параметры J_h и J_v связаны соотношением дуальности $\operatorname{sh}(2J_h)\operatorname{sh}(2J_v)=1$. В изотропной модели критич. значение $J^{(c)}=\ln(\sqrt{2}\pm1)$, где знак «+» соответствует ферромагнетику, а «—» — антиферромагнетику.

Для моделей Поттса при $q>4$ показано, что эквивалентная $6V$-модель имеет единств. точку фазового перехода при $u=s=0$. Параметры K_h и K_v в анизотропной модели связаны ДП $(\exp K_h-1)\cdot(\exp K_v-1)=q$. Считается, что то же соотношение определяет критич. точку при $q\leqslant4$. При $q>4$ переход происходит скачком (переход 1-го рода), а при $q\leqslant4$ — непрерывно (переход 2-го рода).

Свободная энергия модели Бакстера — аналитич. ф-ция параметров a, b, c, $d>0$, за исключением плоскостей

$$a=b+c+d,\quad b=a+c+d,\quad c=a+b+d,\quad d=a+b+c. \qquad (3)$$

На этих плоскостях корреляц. радиус обращается в бесконечность. Параметр $k^2=abcd/\tilde a\tilde b\tilde c\tilde d$ обращается в 1 на плоскостях (3) и только на них. Система находится в упорядоч. фазе при $k^2<1$ и в неупорядоченной при $k^2>1$.



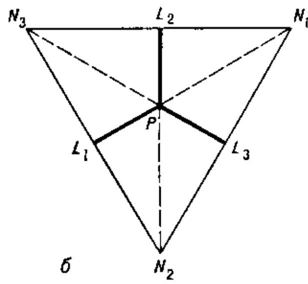


Рис. 7. Фазовая диаграмма однородной и изотропной модели Ашкина — Теллера: а — листы критической поверхности пересекаются попарно вдоль отрезков PL_1, PL_2, PL_3 с общей тройной точкой P, все три отрезка лежат в плоскости $N_1N_2N_3$; б — сечение фазовой диаграммы плоскостью $N_1N_2N_3$.

Фазовую диаграмму модели АТ удобно представить в координатах $x_i=w_i/w_0$, $0\leqslant x_i\leqslant1$, $i=1, 2, 3$ (рис. 7, а). Критич. поверхность состоит из 3 листов. Изотропная модель АТ эквивалентна модели Бакстера с $a=b$ при условии $x_1+x_2+x_3=1$. В этой плоскости (рис. 7, б) отрезки $x_i=x_j$ состоят из критич. точек. Линия $x_2=x_3$ соответствует $d=0$ в модели Бакстера. Центр треугольника является критич. точкой 4-компонентной модели Поттса.

Фазовое пространство модели ЖГ в координатах L, M ограничено кривыми $z(L, M)=0$, где z выражается через L и M согласно ф-ле (2). Области $z(L, M)<0$, заштрихованные на рис. 8, нефизические. В оставшейся области значение параметра $\Delta=z^{1/2}[1-z\exp(L+M)]$ определяет, в какой фазе находится система. Границы фаз определяются условием $\Delta=\pm\Delta_c$, где $\Delta_c^{-2}=[(1+\sqrt{5})/2]^5$. Фазовая диаграмма симметрична относительно замены осей L и M. В фазах I, III, V плотность на подрешётках одинакова (жидкая фаза). В фазах II и VI частицы занимают преимущественно одну из трёх подрешёток (треугольный кристалл). В фазе IV занята одна из двух подрешёток (квадратный кристалл).

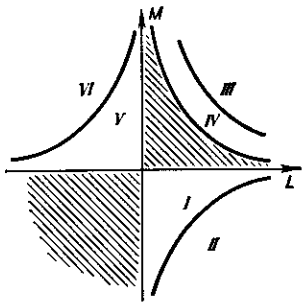


Рис. 8. Фазовая диаграмма точно решаемой обобщённой модели жёстких гексагонов.

Критич. показатели. В модели БВ масштабная размерность параметра порядка Δ в точке фазового перехода равна $^1/_8$, что подтверждено при измерении в плёнках ^{4}He отношения сверхтекучей