ГРИНА ФУНКЦИЯ в статистической физике — обобщение временно́й корреляц. ф-ции, тесно связанное с вычислением наблюдаемых физ. величин для квантовой системы мн. частиц. Применение Г. ф. связано с тем, что для нахождения важных характеристик системы мн. частиц нужно знать не детальное поведение каждой частицы, а только усреднённое поведение одной или двух частиц под действием остальных, для описания к-рого можно ввести Г. ф.

Г. ф. (запаздывающие и опережающие) определяют как ср. значения коммутаторов или антикоммутаторов двух операторов в *Гейзенберга представлении*:

$$G^{\mathrm{ret}}(t-t')=\theta(t-t')(i\hbar)^{-1}\langle[A(t),\ B(t')]\rangle,$$

$$G^{\mathrm{adv}}(t-t')=-\theta(t'-t)(i\hbar)^{-1}\langle[A(t),\ B(t')]\rangle,$$

где $\theta(t)=1$ при $t>0$ и $\theta(t)=0$ при $t<0$, $\langle\ldots\rangle$ — усреднение по *большому каноническому распределению Гиббса*, $[A,\ B]=AB-\eta BA$, где $\eta=\pm1$. Значение η выбирается из соображений удобства: если A, B — бозе-операторы, то обычно выбирают $\eta=1$, для ферми-операторов $\eta=-1$. Представление Гейзенберга вводят при помощи оператора $\mathscr{H}=H-\mu N$, где H — оператор Гамильтона системы мн. частиц, μ — хим. потенциал, N — оператор полного числа частиц. Используют также причинные Г. ф.

$$G^{c}(t-t')=(i\hbar)^{-1}\langle\hat{T}A(t)B(t')\rangle,$$

где $\hat{T}$ — символ хронологич. упорядочения операторов, располагающего стоящие после него операторы слева направо в порядке убывания времени и меняющего знак на обратный при нечётном числе ферми-операторов:

$$\hat{T}A(t)B(t')=\theta(t-t')A(t)B(t')+\eta\theta(t'-t)B(t')A(t).$$

Г. ф. в статистич. физике наз. также двухвременными температурными Г. ф., они отличаются от Г. ф., применяемых в квантовой теории поля, лишь способом усреднения: вместо усреднения по нижнему, вакуумному состоянию производят усреднение по большому канонич. ансамблю Гиббса.

Запаздывающие Г. ф. имеют простой физ. смысл, они определяют реакцию системы на включение δ-образного возмущения $B\delta(t-t')$ и дают изменение ср. значения A к моменту t : $\overline{A(t)}=\langle A\rangle+G^{\mathrm{ret}}(t-t')$. Причинные Г. ф. не имеют столь простого физ. смысла, но они тесно связаны с теорией возмущений при нулевой темп-ре, т. е. с вычислением энергии осн. состояния системы. Наиб. тесно связаны с теорией возмущений при отличной от нуля темп-ре T (т. е. с *термодинамической теорией возмущений*) температурные, введённые Т. Мацубарой (T. Matsubara, 1955), Г. ф., к-рые отличаются от причинных Г. ф. тем, что операторы берутся не в обычном представлении Гейзенберга, а в представлении, зависящем от нек-рого мнимого «времени» — $i\tau$, изменяющегося в интервале от $-i/kT$ до нуля:

$$\psi(x,\ \tau)=e^{\tau\mathscr{H}}\psi(x)e^{-\tau\mathscr{H}},\quad \overline{\psi}(x,\ \tau)=e^{\tau\mathscr{H}}\psi^{+}(x)e^{-\tau\mathscr{H}},$$

где $\psi(x)$, $\psi^{+}(x)$ — операторы, удовлетворяющие перестановочным соотношениям *Бозе — Эйнштейна статистики* или *Ферми — Дирака статистики*.

Для таких Г. ф. можно построить диаграммную технику при конечных темп-рах, аналогичную диаграммной технике квантовой теории поля. Все осн. понятия диаграммной техники (собственно энергетич. части, вершинные ф-ции) можно перенести на случай ненулевой темп-ры.

Г. ф. удовлетворяют цепочке зацепляющихся ур-ний, к-рые получаются при дифференцировании Г. ф. по времени (или параметру τ). Вводя для Г. ф. G^{adv}, G^{ret}, G^{c} одинаковые обозначения $G(t-t')=\langle\langle A(t)B(t')\rangle\rangle$, получим

$$i\hbar\partial G(t-t')/\partial t=\langle[A,\ B]\rangle\delta(t-t')+$$
$$+\langle\langle A(t)\mathscr{H}B(t')-\mathscr{H}A(t)B(t')\rangle\rangle.$$

Это ур-ние выражает исходные Г. ф. через Г. ф. более высокого порядка, для к-рых можно получить подобные ур-ния, и т. д. Ур-ния такого типа одинаковы для запаздывающих, опережающих и причинных Г. ф., следовательно, их надо дополнить граничными условиями, используя спектральные представления. Временны́е корреляц. ф-ции удовлетворяют таким же ур-ниям, но без члена с δ-функцией, поэтому Г. ф. описывают влияние на корреляции мгновенных возмущений. Очевидна их аналогия с Г. ф., к-рые применяют при решении краевых задач матем. физики, описывающих влияние δ-образного возмущения на решение линейных дифференц. ур-ний.

Ур-ния для Г. ф. являются точными, поэтому решение этой цепочки в общем случае чрезвычайно сложно. Однако, если в системе есть малые параметры (малая плотность или малое взаимодействие), оказывается возможным выразить высшие Г. ф. через низшие и «расцепить» цепочку для Г. ф., получив для них замкнутую систему ур-ний. Обычно это делается либо с помощью диаграммной техники, либо с помощью к.-л. аппроксимаций, напр. приближения случайных фаз.

Для временны́х корреляц. ф-ций удобны спектральные представления:

$$\langle B(t')\,A(t)\rangle=(2\pi)^{-1}\int\limits_{-\infty}^{\infty}I_{BA}(\omega)\exp[i\omega(t'-t)]\,d\omega,$$

где $I_{BA}(\omega)$ — спектральная плотность временны́х корреляц. ф-ций. Отсюда можно получить спектральные представления для Г. ф. и построить также единую аналитич. ф-цию в комплексной плоскости ω, к-рая в верхней полуплоскости совпадает с запаздывающей Г. ф., а в нижней — с опережающей. Такая Г. ф. очень удобна для приложений, с её помощью можно найти спектральную плотность временны́х корреляц. ф-ций $I_{BA}(\omega)$ через скачок Г. ф. на действит. оси: $G(\omega+i\varepsilon)-G(\omega-i\varepsilon)=(i\hbar)^{-1}(e^{\hbar\omega/kT}-\eta)I_{BA}(\omega)$, $\varepsilon\longrightarrow0$.

Спектральные представления для температурных Г. ф. можно получить, если продолжить их периодически на все значения τ вне интервала $(0,\ \beta=1/kT)$ и разложить в ряд Фурье $G(\tau)=kT\sum\limits_{n}e^{-i\omega_n\tau}G(\omega_n)$, где $G(\omega_n)=(^1/_2)\int_{-\beta}^{\beta}e^{i\omega_n\tau}G(\tau)\,d\tau$, $\omega_n=(2n+1)\pi/\beta$ для ферми-частиц и $\omega_n=2n\pi/\beta$ для бозе-частиц. Фурье-компоненты $G(\omega_n)$ определены лишь для дискретных ω_n, но их можно аналитически продолжить на все ω и получить тем самым временны́е корреляц. ф-ции.

Особенно важны одночастичные Г. ф., в к-рых $A=\psi(x)$, $B=\psi^{+}(x')$; вещественная и мнимая части полюса этих Г. ф. в комплексной плоскости ω определяют спектр и затухание элементарных возбуждений системы мн. частиц. Ур-ния движения для одночастичных Г. ф. связывают их с двухчастичными Г. ф., в к-рых $A=\psi(x_1)\psi^{+}(x_2)$, $B=\psi(x_1')\psi^{+}(x_2')$. Эти Г. ф. применяют в теории неравновесных процессов. Г. ф. используют также в статистич. механике классич. систем. В этом случае надо заменить квантовые скобки Пуассона на классические $\{A,\ B\}$, а представление Гейзенберга — на $A(t)=e^{iLt}A$, где оператор Лиувилля L определяется равенством $iLA=\{A,\ \mathscr{H}\}$.

Г. ф. удобны в статистич. физике равновесных систем для вычисления термодинамич. ф-ций и спектров элементарных возбуждений. Они находят применение также и в теории необратимых процессов, т. к. *Грина — Кубо формулы* для кинетич. коэф. можно выразить через Г. ф.

Лит.: Зубарев Д. Н., Двухвременные функции Грина в статистической физике, «УФН», 1960, т. 71, с. 71; Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е., Методы квантовой теории поля в статистической физике, М., 1962; Тябликов С. В., Методы квантовой теории магнетизма, 2 изд., М., 1975; Маттук Р.-Д., Фейнмановские